Małgorzata Just
Katedra Finansów i Rachunkowości
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Porównanie metod szacowania wartości zagrożonej na rynku metali szlachetnych

Wstęp

Kryzysy finansowy i gospodarczy wpłynęły na wzrost ryzyka na rynkach finansowych i towarowych. W okresie zaburzeń rynkowych szczególnie ważny staje się proces zarządzania ryzykiem. Proces ten obejmuje kilka etapów, z których jednym z istotniejszych jest pomiar ryzyka. Wybór odpowiedniej metody mierzenia ryzyka nie jest zadaniem prostym. Można było się o tym przekonać podczas kryzysu kredytów subprime, spowodowanego głównie niedoszacowaniem ryzyka wielu instrumentów finansowych. Obserwowane duże spadki cen instrumentów finansowych oraz wzrost cen towarów w kilku ostatnich latach wywołały duże zainteresowanie rynkiem towarów. Istotną korzyścią związaną z inwestycjami w towary jest dywersyfikacja portfela inwestycyjnego, wynikająca z ujemnej korelacji między rynkiem towarowym i rynkami finansowymi [Górska i Krawiec 2009, 2010]. Wzrosło zainteresowanie nie tylko inwestycjami długoterminowymi w towary, ale także tymi o charakterze spekulacji. Wpłynęło to na wzrost zmienności cen towarów, dlatego szczególnie ważny stał się problem właściwego pomiaru ryzyka cen towarów.

Można wyróżnić trzy grupy miar ryzyka cen: miary zmienności (*valatility measures*), wrażliwości (*sensitivity measures*) i zagrożenia (*downside risk measures*) [Jajuga 1999, 2000a, 2000b]. W ostatnich latach szczególnego znaczenia nabierają miary zagrożenia, gdzie ryzyko utożsamia się z negatywnymi skutkami występowania zjawisk. Podstawową miarą w tej grupie jest wartość zagrożona zwana *Value at Risk* (*VaR*). Jest to maksymalna strata instrumentu finansowego, towaru lub całego portfela, jakiej można doświadczyć w zadanym okresie czasu z określonym z góry prawdopodobieństwem. Na mocy nowej umowy kapitałowej (*New Basel Capital Accord*), wartość zagrożona jest podstawą bankowych wyliczeń kapitału regulacyjnego w zakresie ryzyka kredytowego, operacyjnego i rynkowego. Istotnym problemem jest wybór właściwego sposobu pomiaru wartości zagrożonej. Najczęściej stosowane i najprostsze metody to metoda symulacji historycznej, wariancji-kowariancji czy symulacja Monte Carlo; bardziej zaawansowane metody mają źródło w modelowaniu autoregresyjnym zmienności warunkowej. Każda z nich ma swoje mocne i słabe strony, dlatego nie można jednoznacznie przesądzić o uniwersalności którejkolwiek z nich. Celem pracy jest porównanie metod szacowania *VaR* na rynku metali szlachetnych. Skupiono się na rynku metali szlachetnych, ponieważ, w przeciwieństwie do innych towarów, nie wymagają one specjalnych warunków przechowywania, są więc mniej „uciążliwymi” inwestycjami.

Metody pomiaru VaR

Wartość zagrożona (*VaR*) to maksymalna strata instrumentu finansowego, towaru lub całego portfela, jakiej można doświadczyć w zadanym okresie czasu z określonym z góry prawdopodobieństwem. Formalnie *VaR* definiuje się wzorem:

$$P\left(W \leq W_0 - VaR\right) = \alpha$$

gdzie:
W_0 – obecna wartość instrumentu, towaru lub portfela,
W – wartość instrumentu, towaru lub portfela na końcu zadanego okresu, traktowana jako zmienna losowa,
α – zadany poziom tolerancji (najczęściej 1 lub 5%).

Jeżeli okres występowania ryzyka wynosi jeden dzień, a poziom tolerancji 5%, to prawdopodobieństwo, że straty na instrumencie, towarze bądź portfelu w ciągu następnego dnia przekroczą poziom *VaR* jest równe 5%. Straty większe niż *VaR* mogą wystąpić, ale pojawiać się będą średnio raz na 20 dni.

Najprostsze i najczęściej stosowane metody szacowania *VaR* to: metoda symulacji historycznej, wariancji-kowariancji, symulacji Monte Carlo. Bardziej złożone metody wywodzą się z modelowania autoregresyjnej zmienności warunkowej – model GARCH i RiskMetrics.

Metoda symulacji historycznej (*historical simulation*) polega na określeniu na podstawie danych historycznych rozkładu stopy zwrotu z pojedynczego instrumentu finansowego, towaru. Kwantyl historycznego rozkładu stopy zwrotu pozwala na wyznaczenie *VaR*. Gdy bierze się pod uwagę zwykłą stopę zwrotu, to *VaR* oblicza się ze wzoru:

$$VaR = -R_\alpha W_0$$

a gdy wykorzystuje się logarytmiczną stopę zwrotu, to ze wzoru:

$$VaR = \left(1 - e^{R\alpha}\right) W_0$$

gdzie:
W_0 – obecna wartość instrumentu,
R_α – α-kwantyl rozkładu stopy zwrotu z instrumentu,
α – zadany poziom tolerancji.

W podejściu tym stosuje się stopy zwrotu obliczone na podstawie danych historycznych, np. z ostatnich 100 dni, trzech lat lub dłuższe. Wybór długości szeregu czasowego stóp zwrotu jest najistotniejszym zagadnieniem, które należy rozpatrzyć stosując tę metodę. Długi szereg czasowy historycznych stóp zwrotu oznacza małą wrażliwość na najświeższe dane, natomiast krótki szereg czasowy oznacza mniejszą wiarygodność oszacowań. Zaletą metody symulacji historycznej jest podejście nieparametryczne – nie szacuje się parametrów rozkładu na podstawie danych historycznych. W podejściu tym nie ma także ograniczeń wynikających z konieczności przyjęcia założenia normalności stóp zwrotu. Wadą tej metody jest duża wrażliwość kwantyla wyznaczanego w oparciu o dane z przeszłości na ekstremalne stopy zwrotu [Jajuga 2000b].

Metoda wariancji-kowariancji (*variance-covariance approach,* Var-Cov) zakłada, że rozkład stopy zwrotu z instrumentu finansowego, towaru jest rozkładem normalnym. W tym przypadku kwantyl rozkładu stopy zwrotu jest funkcją wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego:

$$R_\alpha = \mu - k\sigma$$

gdzie:
μ – oczekiwana stopa zwrotu w jednostce czasu,
σ – odchylenie standardowe stopy zwrotu w jednostce czasu,
α – zadany poziom tolerancji,
k – stała zależna od poziomu tolerancji α, np. $k = 1{,}65$ dla $\alpha = 0{,}05$, $k = 2{,}33$ dla $\alpha = 0{,}01$.

W przypadku, gdy zakłada się, że rozkład stopy zwrotu jest normalny oraz rozważa się krótki horyzont czasowy (np. dzienne stopy zwrotu), często stosuje się *VaR* względny. Przyjmuje się wtedy, że oczekiwana stopa zwrotu wynosi zero ($\mu = 0$). We wszystkich metodach, w których przyjmuje się założenie o normalności stóp zwrotu, rozważany będzie *VaR* względny. Rozkłady stóp zwrotu z instrumentów finansowych, towarów często odbiegają od rozkładu normalnego, posiadają grubsze ogony niż rozkład normalny. W tych przypadkach lewy kwantyl rozkładu normalnego jest większy (zakładając, że jest ujemny) od kwantyla rozkładu o grubych ogonach. Dlatego metoda ta nie jest właściwym narzędziem pomiaru *VaR* w okresach charakteryzujących się dużymi zawirowaniami rynków finansowych i towarowych. Istotny w tym podejściu jest także wybór długości szeregu czasowego stóp zwrotu, na podstawie którego szacuje się parametry rozkładu oraz sposób szacowania tych parametrów [Best 2000, Jajuga 2000b].

Podejście symulacji Monte Carlo (*Monte Carlo simulation,* MC) polega na wielokrotnym (nawet 10 000) generowaniu cen czy stóp zwrotu, według z góry założonego modelu. Najczęściej przyjmuje się, iż ceny analizowanych instrumentów są procesem geometrycznego ruchu Browna [por. Weron i Weron 1998]. Wygenerowane ceny, po uprzednim oszacowaniu parametrów, dają podstawę do określenia rozkładu stopy zwrotu instrumentu. Mając rozkład prawdopodobieństwa, można wyznaczyć jego kwantyl i następnie *VaR:*

$$\frac{dW}{W} = \mu dt + \sigma\varepsilon\sqrt{dt}$$

gdzie:
W – wartość (cena) instrumentu,
μ – oczekiwana stopa zwrotu w jednostce czasu,
σ – zmienność w jednostce czasu,
ε – zmienna losowa o rozkładzie normalnym standaryzowanym.

W praktyce zwykle przyjmuje się dyskretne zmiany czasu, wtedy proces ten opisuje równanie:

$$\frac{\Delta W}{W} = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

a jego rozwiązanie jest następujące:

$$W(t+\Delta t) = W(t)\left(1+\mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right)$$

W ten sposób w chwili t otrzymuje się wiele potencjalnych cen instrumentu na moment następny. Wymaga to wcześniejszego oszacowania parametrów μ i σ na podstawie danych historycznych oraz wielokrotnego wygenerowania liczb pseudolosowych z rozkładu normalnego. Jeśli $W_\alpha(t+\Delta t)$ jest α-kwantylem cen, to *VaR* wyznacza się ze wzoru:

$$VaR(t+\Delta t) = W(t) - W_\alpha(t+\Delta t)$$

Powyższa zależność jest prosta do stosowania w przypadku rekurencyjnego wyznaczania wartości zagrożonej. Jednak aby wygenerować w momencie $t = 0$ ceny aktywów w dowolnej przyszłej chwili T, to lepiej jest skorzystać z postaci otrzymanej z lematu Itô:

$$W(T) = W(0)e^{(\mu-\sigma^2/2)T+\sigma\varepsilon\sqrt{T}}$$

Jeśli $W_\alpha(T)$ jest α-kwantylem wygenerowanych cen, to *VaR* wyznacza się następująco:

$$VaR(T) = W(0) - W_\alpha(T)$$

Główną zaletą tej metody jest duża dokładność dla sporej liczby wygenerowanych danych, zwiększająca się wraz ze wzrostem liczby wygenerowanych danych. Wadą jest założenie o normalności stopy zwrotu.

Modele zmienności warunkowej GARCH (*Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), w przeciwieństwie do opisanych powyżej, potrafią uchwycić podstawowe własności finansowych szeregów czasowych, jak grupowanie zmienności (*volatility clastering*) i leptokurtyczność zwrotów (*leptokurtosis*). Z wielu różnych wariantów tych modeli [Doman i Doman 2009] najbardziej popularnym i jednym z najprostszych jest model GARCH(1,1). Model ten ma następującą postać:

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim iid(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

gdzie:
ω, α, $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta < 1$, σ_t^2 – wariancja warunkowa w okresie t,
r_t – stopa zwrotu w okresie t,
ε_t – ciąg niezależnych zmiennych losowych o jednakowym standaryzowanym rozkładzie.

Model ten jest prosty w użyciu, wymaga oszacowania jedynie trzech parametrów i zwykle dobrze pasuje do danych empirycznych [Dowd 2005]. Parametry można oszacować metodą największej wiarygodności. Jeśli w założeniu uwzględni się normalny rozkład warunkowy dla ε_t, to *VaR* wyznacza się ze wzoru dla zwykłej stopy zwrotu:

$$VaR = k\sigma_t W_0$$

dla logarytmicznej:

$$VaR = \left(1 - e^{-k\sigma_t}\right) W_0$$

gdzie:
W_0 – obecna wartość instrumentu,
σ_t – warunkowe odchylenie standardowe w okresie t,
k – stała, zależna od poziomu tolerancji α.

Warto dodać, iż w wielu badaniach wykorzystuje się również inne rozkłady dla zmiennych ε_t. Szczególnie dobre wyniki otrzymuje się założywszy skośny rozkład t-Studenta.

Kolejna metoda RiskMetrics została opracowana w 1994 roku przez amerykański bank inwestycyjny JP Morgan. Jest to metoda dynamicznego szacowania zmienności i w konsekwencji wartości zagrożonej, podobnie jak w modelu GARCH. Zmienność w tym podejściu wyznacza się za pomocą wzorów [*RiskMetrics – Technical Document*]:

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim iid(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda) r_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2$$

gdzie:
$0 < \lambda < 1$, σ_t^2 – wariancja warunkowa w okresie t,
r_t – stopa zwrotu w okresie t,
ε_t – ciąg niezależnych zmiennych losowych o jednakowym standaryzowanym rozkładzie.

Parametr λ nie jest estymowany, ale przyjmuje się go na poziomie 0,94 dla danych jednodniowych oraz na poziomie 0,97 dla danych miesięcznych. Stanowi to o łatwości stosowania tej metody w praktyce. Przyjęcie parametru λ na tak wysokim poziomie powoduje, że zawirowania na rynku odzwierciedlone w stopach zwrotu są uwzględniane przez długi czas w prognozowanych wartościach zmienności. Osłabić można ten efekt stosując niższe wartości parametru λ Alexander zaleca poziom między 0,5 i 0,7 [Alexander 1996]. Przyjęcie tych wartości skutkuje uwzględnianiem w prognozowaniu zmienności jedynie najnowszych danych. W metodzie tej zakłada się normalność wystandaryzowanych względem wariancji warunkowej stóp zwrotu, dlatego *VaR* wyznacza się tak samo jak w wyżej opisanym modelu. RiskMetrics jest należącym do rodziny modeli GARCH modelem o nazwie IGARCH(1,1).

Oceny jakości oszacowanych *VaR* dokonuje się za pomocą tzw. testowania wstecznego (*backtesting*). Ocenia się tu poprawność modelu na podstawie liczby przekroczeń oszacowanej wartości zagrożonej. Wyznaczając *VaR* na poziomie tolerancji α wymaga się, aby udział przekroczonych poziomów *VaR* przez empiryczne zwroty do wszystkich w próbie wynosił α. Jeżeli udział przekroczeń jest wyższy od założonego, to model nie doszacowuje ryzyka, w przypadku przeciwnym model *VaR* jest zbyt ostrożny, a ryzyko rzeczywiste jest niższe niż wskazuje to model. Najpopularniejszym testem wstecznym jest test liczby przekroczeń Kupca [Kupiec 1995]. Hipoteza zerowa w tym teście brzmi: H_0 – udział przekroczeń jest zgodny z założonym α, a hipoteza alternatywna: H_1 – udział przekroczeń nie jest zgodny z założonym α. Statystyka testowa ma postać:

$$LU = 2\left(\ln\left(\left(\frac{T_1}{T_0+T_1}\right)^{T_1}\left(1-\frac{T_1}{T_0+T_1}\right)^{T_0}\right) - \ln\left(\alpha^{T_1}(1-\alpha)^{T_0}\right)\right)$$

gdzie:
T_1 – liczba przekroczeń *VaR*,
T_0 – liczba braku przekroczeń *VaR*,
α – zadany poziom tolerancji.
Przy prawdziwej hipotezie zerowej statystyka *LU* ma asymptotyczny rozkład χ^2 z jednym stopniem swobody.

Istotne jest także, aby rozkład przekroczeń wartości zagrożonej przez empiryczne stopy zwrotu był równomierny. W tym celu dodatkowo sprawdza się niezależność przekroczeń. Najczęściej stosowany jest test Christoffersena [Christoffersen 1998], w którym hipoteza zerowa ma postać: H_0 – udział przekroczeń jest zgodny z założonym α i przekroczenia są niezależne w czasie. Statystyka testowa ma postać:

$$LC = 2\ln\left(\left(\frac{T_{01}}{T_{01}+T_{00}}\right)^{T_{01}}\left(1-\frac{T_{01}}{T_{01}+T_{00}}\right)^{T_{00}}\left(\frac{T_{11}}{T_{10}+T_{11}}\right)^{T_{11}}\left(1-\frac{T_{11}}{T_{10}+T_{11}}\right)^{T_{10}}\right)$$
$$-2\ln\left(\alpha^{T_1}(1-\alpha)^{T_0}\right)$$

gdzie:
T_1 – liczba przekroczeń *VaR*,
T_0 – liczba braku przekroczeń *VaR*,
T_{ij} – liczba przekroczeń *VaR* (j = 1)/braku przekroczeń (j = 0) następujących bezpośrednio po przekroczeniu (i = 1)/braku przekroczeń (i = 0),
α – zadany poziom tolerancji.
Przy prawdziwej hipotezie zerowej statystyka *LC* ma asymptotyczny rozkład χ^2 z dwoma stopniami swobody.

Badania empiryczne

Badaniom poddano ceny spot czterech najpopularniejszych metali szlachetnych: złota, srebra, platyny, palladu. Wykorzystano szeregi dziennych cen metali szlachetnych z rynku londyńskiego (serwis www.kitco.com) wyrażone w USD za uncję kruszcu oraz szeregi cen przeliczone na złotówki po oficjalnym kursie NBP. Wartości zagrożone wyznaczano jedynie dla lewych ogonów rozkładu stopy zwrotu, jako odpowiedni kwantyl tego rozkładu dla poziomu tolerancji 0,05. *VaR* szacowano codziennie w dni robocze od 8 stycznia 2007 do 30 kwietnia 2012 roku na podstawie dziennych logarytmicznych stóp zwrotu cen. W zależności od metody wyznaczania *VaR,* pojawiała się potrzeba wykorzystania wcześniejszych zwrotów, jako okna obserwacji. W tym celu wykorzystano obserwacje cen w okresie od 4 stycznia 2006 do 27 kwietnia 2012 roku.

W metodach symulacji historycznej oraz wariancji-kowariancji wartości zagrożone zostały wyznaczone oddzielnie na każdy dzień szacowania na podstawie 253 oraz 100 obserwacji stóp zwrotu poprzedzających ten dzień. W metodzie Monte Carlo parametry modelu zostały oszacowane oddzielnie na każdy dzień wyznaczania *VaR*, na podstawie 100 poprzedzających obserwacji zwrotów. Wygenerowano również każdorazowo 10 000 liczb pseudolosowych, a zatem również 10 000 stóp zwrotu, które posłużyły do wyznaczenia *VaR*. W metodzie modelowania zmienności warunkowej, na każdy dzień wyznaczania *VaR* oszacowane zostały trzy parametry modelu GARCH(1,1), a następnie jednodniowe prognozy zmienności. Każdorazowo oszacowania parametrów dokonano wykorzystując roczne okno poprzedzających obserwacji zwrotów. W RiskMetrics dzienne *VaR* wyliczono przyjmując współczynnik λ na poziomie 0,7 i 0,94.

Wyniki badań

Aby sprawdzać skuteczności badanych metod, wyznaczono liczbę przekroczeń oszacowanej wartości zagrożonej przez rzeczywiste stopy zwrotu z towarów oraz zastosowano testy Kupca i Christoffersena w okresie od 8 stycznia 2007 do 30 kwietnia 2012 roku. Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Dla próby testowej 1343 obserwacji i poziomu tolerancji 0,05 oczekiwana liczba przekroczeń wartości zagrożonej przez rzeczywiste stopy zwrotu cen wynosi 67. Na podstawie liczby przekroczeń testów Kupca i Christoffersena można stwierdzić, że najgorsze rezultaty uzyskano dla metody RiskMetrics i parametru λ wynoszącego 0,7. We wszystkich przypadkach liczba przekroczeń przewyższała dopuszczalny poziom. Oznacza to, że *VaR* wyznaczone tą metodą jest zaniżone. Niedoszacowanie ryzyka w tym przypadku może wynikać z uwzględniania jedynie najświeższych stóp zwrotu. Dla pozostałych metod nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności udziału przekroczeń wartości zagrożonej przez rzeczywiste stopy zwrotu z założonym poziomem. Ponadto dla rozważanych modeli, oprócz wspomnianego już modelu RiskMetrics oraz metody symulacji historycznej i wariancji-kowariancji opartych na rocznym oknie obserwacji, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o zgodności udziału przekroczeń z zadanym poziomem tolerancji i ich niezależności w czasie w większości przypadków (wyjątek stanowi *VaR* dla platyny). Oceniając jakość szacowanej wartości zagrożonej metali na podstawie opisanych wyżej testów należy stwierdzić, że najkorzystniej prezentuje się model GARCH.

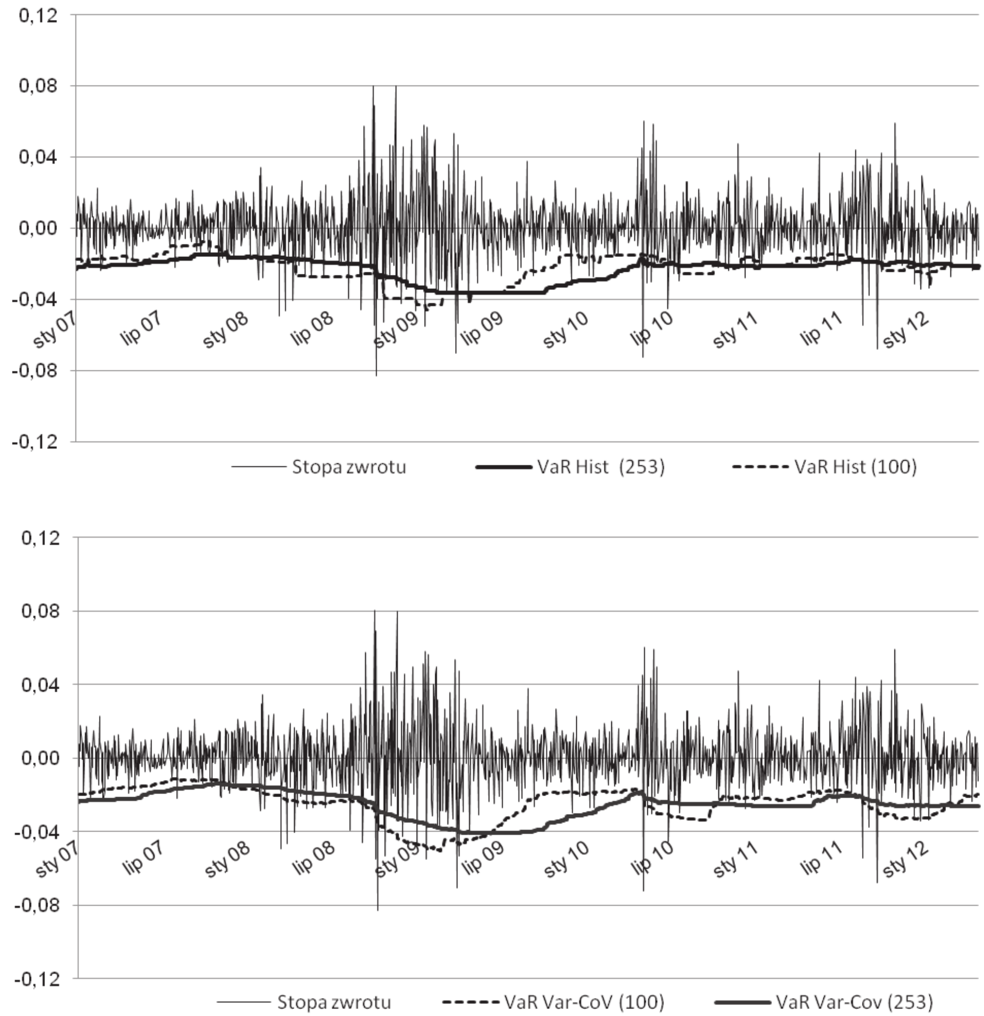
Tabela 1
Wartość testu Kupca, testu Christoffersena oraz liczba przekroczeń *VaR* przez rzeczywiste zwroty z towarów w okresie od 8.01.2007 do 30.04.2012 roku

Metoda		Historyczna		Var-Cov		MC	RiskMetrics		GARCH
Towar		n = 253	n = 100	n = 253	n = 100	n = 100	λ = 0,7	λ = 0,94	n = 253
Złoto (PLN)	LU	0,3606	3,6751	2,0605	1,0838	0,6109	13,9636*	0,02084	0,2754
	LC	0,7059	3,8338	3,1406	1,8089	1,1414	14,2497*	0,04193	0,2761
	T1	(72)	(83)	(56)	(59)	(61)	(99)	(66)	(63)
Srebro (PLN)	LU	1,1798	0,9323	0,2754	0,6109	1,0838	14,8014*	0,8299	0,4262
	LC	4,1053	2,7276	4,8226	3,9137	4,8962	15,8487*	1,4536	0,9133
	T1	(76)	(75)	(63)	(61)	(59)	(100)	(60)	(62)
Platyna (PLN)	LU	0,2284	0,0532	1,3731	1,3731	1,3731	12,3536*	0,2283	0,8299
	LC	16,7574*	6,8646*	10,1039*	7,5282*	7,5282*	13,0880*	4,3991	1,4536
	T1	(71)	(69)	(58)	(58)	(58)	(97)	(71)	(60)
Pallad (PLN)	LU	1,4552	2,0884	0,1257	0,0004	0,0004	27,5915*	0,0113	0,1579
	LC	17,3115*	3,2692	11,4265*	1,9323	1,9323	30,5936*	0,1059	0,60844
	T1	(77)	(79)	(70)	(67)	(67)	(113)	(68)	(64)
Złoto (USD)	LU	0,5223	2,0884	0,9323	0,2283	0,5223	14,8014*	1,1798	0,71230
	LC	5,9645	3,2692	7,7141*	0,6485	1,5412	21,0993*	1,2045	0,71479
	T1	(73)	(79)	(70)	(71)	(73)	(100)	(76)	(74)
Srebro (USD)	LU	1,7582	0,3606	0,2283	0,1579	0,1579	12,3536*	0,0208	0,0004
	LC	5,7395	2,7109	8,5532*	4,5611	4,5611	12,5305*	0,93461	0,8558
	T1	(78)	(72)	(71)	(64)	(64)	(97)	(66)	(67)
Platyna (USD)	LU	0,0004	1,1798	0,0004	0,7130	0,7130	24,3368*	2,4455	0,1257
	LC	19,1509*	5,7135	30,3089*	15,4465*	15,4465*	24,4605*	11,6108*	4,5767
	T1	(67)	(76)	(67)	(74)	(74)	(110)	(80)	(70)
Pallad (USD)	LU	0,1257	2,0884	0,0004	0,0113	0,0532	17,4437*	0,4262	0,0113
	LC	6,5771*	5,8089	5,3579	3,2351	3,0438	18,7342*	3,3745	0,7033
	T1	(70)	(79)	(67)	(68)	(69)	(103)	(62)	(68)

* przypadki odrzucenia H_0

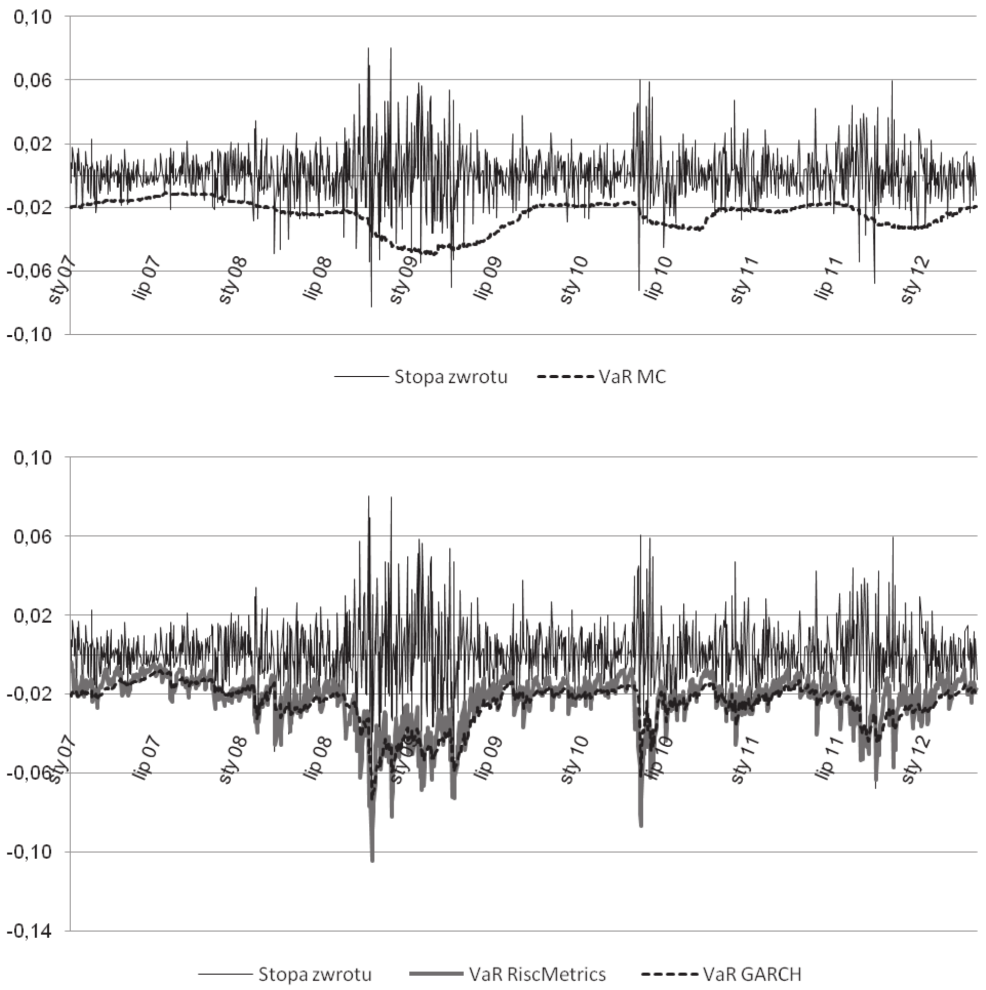
Źródło: Opracowanie własne.

Należy zaznaczyć, że test Christoffersena bada tylko niezależność pierwszego przekroczenia. Nie jest to jedyny test niezależności przekroczeń. Można go uzupełnić o kolejne testy, np. o test, który bada czy liczba okresów (dni) między przekroczeniami jest niezależna w czasie [Christoffersen i Pelletier 2004]. Wyniki tego testu potwierdziły, że nie należy szacować wartości zagrożonej dla analizowanych metali metodą symulacji historycznej i metodą wariancji-kowariancji na podstawie rocznego okna obserwacji – w siedmiu na osiem przypadków odrzucono hipotezę o niezależności liczby dni między kolejnymi przekroczeniami. Oszacowania *VaR* pozostałymi metodami, pomijając wykluczony wcześniej model RiskMetrics, były znacznie lepsze. Hipotezę o niezależności liczby dni między kolejnymi przekroczeniami odrzucono tylko w dwóch przypadkach z ośmiu dla podejścia wariancji-kowariancji opartego na 100 obserwacjach oraz w jednym przypadku dla symulacji Monte Carlo i modelu GARCH. Przypadki te dotyczą oszacowań *VaR* dla złota w PLN i platyny w USD. Uzyskane wyniki potwierdzają poniższe wykresy (rys. 1 i 2).



Rysunek 1
VaR dla złota w PLN wyznaczony metodą symulacji historycznej i wariancji-kowariancji w okresie od 8.01.2007 do 30.04.2012 roku

Źródło: Opracowanie własne.



Rysunek 2
VaR dla złota w PLN wyznaczony metodą Monte Carlo, RiskMetrics i GARCH w okresie od 8.01.2007 do 30.04.2012 roku

Źródło: Opracowanie własne.

VaR wyznaczone za pomocą metody symulacji historycznej i metody wariancji-kowariancji na podstawie rocznego okna obserwacji nie nadąża za dynamiką zmienności cen. Widać, że większość przekroczeń nastąpiła w okresach wysokiej zmienności, gdzie wartości *VaR* szacowane były na podstawie okresów niskiej jeszcze zmienności. W okresach niskiej zmienności, które występują bezpośrednio po okresach wysokiej zmienności, sytuacja jest dokładnie odwrotna, *VaR* w ogóle nie jest przekraczany. Skrócenie okna obserwacji empirycznych stóp zwrotu do 100 obserwacji spowodowało poprawę jakości oszacowań *VaR*. Innym rozwiązaniem, w okresach turbulencji rynków, może być szacowanie wartości zagrożonej na podstawie wygenerowanych danych, zwłaszcza przy bardzo dużej liczbie uzyskanych danych. Potwierdzają to dość dobre oszacowania wartości zagrożonej metodą Monte Carlo.

Na wykresie 2 (rys. 2) widać, że jeszcze lepsze rezultaty szacowania wartości zagrożonej uzyskano za pomocą metod zmienności warunkowej. Wynikają one z faktu, że modele te potrafią uchwycić podstawową własności szeregu stóp zwrotu cen – grupowanie zmienności, które można zaobserwować w badanym okresie. Jest to możliwe, ponieważ modele te uwzględniają zmienność w czasie wariancji warunkowej stóp zwrotu i stosują wyższe wagi dla ostatnich obserwacji. Podejścia te różnią się szybkością reakcji zmienności na zmiany stóp zwrotu.

Podsumowanie

Celem opracowania było porównanie metod pomiaru *VaR* metali szlachetnych. Stosując metodę symulacji historycznej, wariancji-kowariancji, symulacji Monte Carlo, metody zmienności warunkowej: GARCH i RiskMetrics, otrzymano różniące się oszacowania wartości zagrożonej. Najgorsze oszacowania wartości zagrożonej otrzymano dla metody RiskMetrics z parametrem wagowym 0,7 oraz symulacji historycznej i wariancji-kowariancji dla rocznego okna obserwacji. W pierwszym przypadku jest to konsekwencja uwzględniania głównie najnowszych obserwacji stóp zwrotu, w drugim przeciwnie – najstarsze obserwacje zniekształcają wartość szacunku. Z przeprowadzonych testów wynika, że metody te, dla przyjętego okna obserwacji, nie są skuteczne w okresach turbulencji na rynku towarów. W okresach tych szczególnego znaczenia nabiera wybór metody szacowania *VaR* i przyjęcie właściwego okna obserwacji. Potwierdzają to dość dobre wyniki uzyskane dla tych metod dla krótszego okna obserwacji oraz dla metody Monte Carlo, w przypadku której wartość zagrożona jest wyznaczana na podstawie wygenerowanych danych, a nie danych rzeczywistych. Szczególnie użyteczne okazały się modele zmienności warunkowej: GARCH i RiskMetrics, które uchwyciły grupowanie zmienności stóp zwrotu towarów. Należy wyróżnić tutaj model RiskMetrics ze względu na łatwość stosowania tej metody. Oszacowania wartości zagrożonej dla metali na podstawie każdej z tych metod tylko w jednym przypadku (srebra w PLN, platyny w USD) nie okazały się dobre. Wynika to z własności rozkładów stóp zwrotu tych metali. Pierwszy z nich charakteryzuje się silnie podwyższoną kurtozą, jest to rozkład leptokurtyczny o grubych ogonach, zaś drugi większą niż pozostałe analizowane rozkłady lewostronną skośnością. Poprawy uzyskanych oszacowań w tych przypadkach można spodziewać się, jeśli uwzględni się skośność rozkładów warunkowych lub zastosuje metody oparte na modelowaniu jedynie ogonów tych rozkładów.

Literatura

ALEXANDER C.: *Risk management and analysis*. John Willey & Sons Ltd, London 1996.

BEST P.: *Wartość narażona na ryzyko*. Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2000.

CHRISTOFFERSEN P.: *Evaluating interval forecasts*. International Economic Review 39, 1998, s. 841–862.

CHRISTOFFERSEN P., PELLETIER D.: *Backtesting Value-at-Risk: A Duration-Based Approach*. Journal of Financial Econometrics 2, nr 1, 2004, s. 91.

DOMAN M., DOMAN R.: *Modelowanie zmienności i ryzyka*. Oficyna, Kraków 2009.

DOWD K.: *Measuring Market Risk,* John Willey & Sons Ltd, West Sussex 2005.

GÓRSKA A., KRAWIEC M.: *Inwestowanie w towary jako forma dywersyfikacji portfela*. ZN SGGW seria Problemy Rolnictwa Światowego, t. 7 (XXII), 2009, s. 13–20.

GÓRSKA A., KRAWIEC M.: *Inwestowanie w towary jako forma dywersyfikacji portfela w warunkach odmiennej koniunktury giełdowej*. [W:] Rynek Kapitałowy. Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia nr 28, ZN Uniwersytetu Szczecińskiego nr 612, 2010, s. 443–456.

JAJUGA K.: *Miary ryzyka rynkowego – część pierwsza*. Rynek terminowy 6, 1999, s. 67–69.

JAJUGA K.: *Miary ryzyka rynkowego – część druga*. Rynek terminowy 7, 2000a, s. 115–121.

JAJUGA K.: *Miary ryzyka rynkowego – część trzecia*. Rynek terminowy 8, 2000b, s. 112–117.

KUPIEC P.: *Techniques for verifying the accuracy of risk management models*. Journal of Derivatives 3, 1995, s. 73–84.

RiskMetrics – Technical Document, www.riskmetrics.com.

WERON A., WERON R.: *Inżynieria finansowa*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.

The Comparison of Methods of Estimating Value at Risk on the Precious Metals Market

Abstract

The aim of this work is to compare methods of estimating Value at Risk of precious metals which are quoted on the London Metal Exchange in the period from beginning 2007 to the end of April 2012. There were analyzed five methods: historical simulation, variance-covariance approach, Monte Carlo simulation, Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH), RiskMetrics. This models proved to be useful in the precious metals market. They allow for proper estimation of Value at Risk in the most turbulent periods in commodity markets.