

Jerzy Tymiński

Wydział Zarządzania

Wyższa Szkoła Gospodarki Krajowej w Kutnie

Propozycja nowej koncepcji konstrukcji portfela inwestycyjnego na rynku kapitałowym

Wstęp

Inwestowanie jest jednym z kluczowych obszarów działań przedsiębiorcy w dziedzinie ekonomii i odnosi się do różnego rodzaju inwestycji. W gospodarce rynkowej coraz większe znaczenie mają inwestycje kapitałowe [Tarczyński 2002, s. 8; Jajuga, Słoński 1997, s. 23].

Ekonomiczne aspekty inwestycji na rynku kapitałowym mogą być istotne dla rozwoju gospodarczego zarówno w bieżącej działalności, jak i długookresowej strategii przedsiębiorstwa. Stąd też ważna jest znajomość i umiejętność wykorzystywania metod i narzędzi służących podejmowaniu trafnych decyzji inwestycyjnych.

Podjęta problematyka metod wspomagających decyzje inwestora zajmuje znaczące miejsce w światowej i krajowej literaturze. Nie oznacza to, że jest dostatecznie rozpoznana. Przeciwnie, dynamika uwarunkowań rynkowych powoduje konieczność doskonalenia dotychczasowych i poszukiwania nowych rozwiązań metodologicznych, zwiększających ekonomiczną skuteczność decyzji podejmowanych na rynku kapitałowym.

Praktycznie stosowane dotychczas koncepcje z obszaru analizy portfelowej oparte są na dwóch podstawowych parametrach: stopie zwrotu i poziomie ryzyka. Istotą tych koncepcji jest maksymalizacja dochodu bądź minimalizacja ryzyka konstruowanego portfela papierów wartościowych. Do najbardziej znanych konstrukcji portfelowych należy m.in. model Markowitza [Haugen 1996, s. 331].

Model portfelowy oparty na kryterium maksymalizacji średniej geometrycznej stopy zwrotu portfela [Jajuga, Jajuga 1998, s. 152; Tarczyński 1997, s. 47], łączący dochód oraz ryzyko, jest zaliczany do modeli dwukryterialnych, które charakteryzują się maksymalizacją oczekiwanej użyteczności inwestora. W przypadku tych modeli użyteczność inwestora ma postać logarytmicznej funkcji użyteczności, która spełnia wymogi dwukryterialności, przy założeniu, że wyraża awersję inwestora do ryzyka.

W modelu dwukryterialnym optymalizacja dotyczy kryterium łączącego dochód i ryzyko. Inwestor dokonuje wyboru portfela, optymalizując funkcję łączącą dochód i ryzyko [Roy 1990, s. 76; Trzaskalik 2004, s. 509]. Kryterium jakości w dwukryterialnym modelu może być współczynnik zmienności stopy zwrotu [Jajuga, Jajuga 1998, s. 153]. Współczynnik zmienności w czystej postaci nie powinien być jednak stosowany, ze względu na często występującą wartość ujemną oraz inne mankamenty.

Celem artykułu jest prezentacja nowej dwukryterialnej koncepcji konstrukcji portfela inwestycyjnego na rynku kapitałowym. Propozycje autora są próbą optymalizacji korzyści z portfela inwestycyjnego dla inwestora z awersją do ryzyka. Prezentowana koncepcja uwzględnia zmodyfikowany współczynnik zmienności oraz elementy teorii niezawodności i metodę programowania dynamicznego. Konstrukcja portfela i jego optymalizacja są przedstawione w dwóch wariantach. W pierwszym wariantcie w procesie optymalizacji wykorzystywane jest programowanie dynamiczne, w drugim natomiast wykorzystuje się tylko elementy teorii niezawodności.

Warunkiem osiągnięcia głównego celu prowadzonych badań był dobór odpowiednich metod badawczych. Elementy teorii niezawodności zastosowano na etapie wstępnego wyboru instrumentów finansowych do portfela. Jest to nowa propozycja, która – jak wynika z badań – prowadzi do lepszej jakości konstruowanego portfela.

Ponadto, nowym elementem jest wykorzystanie metody programowania dynamicznego, co umożliwi znajdowanie optymalnych rozwiązań bez względu na charakter parametrów konstruowanych modeli. Jak podaje Sadowski [1969, s. 281], inne metody także pozwalają znajdować rozwiązania optymalne, ale ich stosowanie jest uzależnione od charakteru parametrów modelu.

Badaniem objęto pakiet wybranych losowo 12 spółek akcyjnych notowanych na GPW w Warszawie.

Dwukryterialna koncepcja konstrukcji portfela i jego optymalizacji na rynku kapitałowym – kluczowe warunki

Prezentowana dwukryterialna koncepcja konstrukcji i optymalizacji portfela inwestycyjnego obejmuje dwa etapy: wybór papierów wartościowych do portfela i optymalizację portfela na rynku kapitałowym.

Pierwszy etap – procedura doboru spółek – uwzględnia kilka warunków o kluczowym znaczeniu dla jakości portfela.

Warunek pierwszy to wydłużenie horyzontu czasu, z którego pochodzi zbiór obserwacji wartości akcji (*ex post*). Konstrukcja portfela oparta jest na klasycz-

nych parametrach, którymi są dochód, ryzyko oraz – co wynika z proponowanej koncepcji – ocena zbioru akcji za pomocą miernika niezawodności. Tak skonstruowany portfel jest przydatny nawet przy braku funkcji użyteczności inwestora.

Warunek drugi to ograniczenie subiektywności w ocenie wartości akcji za pomocą prawdopodobieństwa zajścia scenariusza pesymistycznego, umiarkowanego czy optymistycznego – co często ma miejsce przy szacowaniu wartości oczekiwanej. Większą obiektywność oceny omawianych zagadnień portfelowych wprowadza prezentowana koncepcja przez zastosowanie zmodyfikowanego współczynnika zmienności $Wz(m)$. Jest on określony jako relacja odchylenia standardowego i -tego portfela (zbioru obserwacji akcji spółki) do wartości oczekiwanej stopy zwrotu spółki w analizowanych okresach miesięcznych, zgodnie z formułą: $\frac{\sigma p_i}{R(t)_i}$.

Warunek trzeci to zastosowanie funkcji ciągłych (trendu) wartości skumulowanych zmodyfikowanego współczynnika zmienności, który pozwala usunąć mankament związany z ujemną wartością stóp zwrotu.

Warunek czwarty to zdefiniowanie długości cyklu życia portfela. W długofalowych strategiach inwestorskich cykl życia portfela powinien mieć charakter długoterminowy. Oznacza to, że portfele papierów wartościowych w dłuższym okresie projekcji powinny być „trwalsze”. Należy podkreślić, że proponowana koncepcja uwzględnia własności teorii niezawodności [Beinchelt, Franken 1984, s. 112; Tymiński 2001, s. 119], co prowadzi do wzrostu stabilności i bezpieczeństwa portfela.

Drugi etap – optymalizacja portfela na rynku kapitałowym – może być pewną alternatywą dla podejścia tradycyjnego, ze względu na zastosowanie metody programowania dynamicznego. Jest to metoda matematyczna oparta na tzw. zasadzie optymalności Bellmana [1965].

Optymalne rozwiązanie, zgodnie z ww. zasadą, jest niezależne od stanu początkowego oraz początkowych decyzji inwestora. Późniejsze decyzje spełniają natomiast warunki optymalności ze względu na stan powstały wskutek podjęcia pierwszej decyzji. Jest to postępowanie rekurencyjne, polegające na tym, że – w poszukiwaniu rozwiązania optymalnego – konieczne jest przejście wstecz od etapu końcowego (N), poprzez etapy ($N-1$), ($N-2$), ..., itd., do etapu pierwszego.

Zalety programowania dynamicznego dla inwestora na rynku kapitałowym są oczywiste. Przede wszystkim pozwala ona na rozwiązywanie algorytmów w modelach ekonomicznych o różnej postaci – zarówno liniowych, jak i nieliniowych. Ponadto, uzyskane rozwiązanie odzwierciedla najlepszy wariant alokacji środków, czyli wybór najlepszego wariantu działania ze względu na określone kryterium.

Decyzje ekonomiczne inwestora na rynku kapitałowym podejmowane są zazwyczaj w warunkach ograniczonych środków oraz w warunkach asymetrii

informacyjnej. Stąd też możliwość znalezienia takiego składu portfela papierów wartościowych, który byłby zgodny z funkcją użyteczności inwestora i równocześnie długoterminowo trwały oraz bezpieczny, może być, jak się wydaje, interesującą propozycją.

Konstrukcja portfela. Wariant pierwszy

W celu skonstruowania portfela według prezentowanej koncepcji wylosowano do badania spółki akcyjne notowane na GPW: Ampli S.A. (APL), Bank Polska Kasa Opieki S.A. (PEKAO) (PEO), Budimex S.A. (BDX), Globe Trade Centre S.A. (GTC), Interia.pl S.A. (INT), Jutrzenka S.A. (JTZ), Krośnieńskie Huty Szkła Krosno S.A. (KRS), Pfleiderer Grajewo S.A. (GRJ), Prokom Software S.A. (PKM), Śnieżka S.A. (SKA), Wawel S.A. (WWL), Zakłady Magnezytowe Ropczyce S.A. (RPC).

Badania dotyczyły okresu od 01.06.2005 do 01.03.2006 r. Dane wejściowe do analizy spółek przedstawiono w tabeli 1.

Punktem wyjścia do konstrukcji portfela optymalnego jest badanie jego jakości. Kryterialna funkcja celu wyrażająca maksymalizację „funkcji korzyści” jest budowana na podstawie danych źródłowych zawartych w tabeli 1 i 2.

Na podstawie danych z tabeli 1 i 2 obliczono dla każdej spółki w poszczególnych miesiącach okresu badawczego zmodyfikowany współczynnik zmienności w postaci: $Wz(m)_i = \frac{\sigma p_i}{R(t)_i}$. Modyfikacja współczynnika zmienności polega

na wprowadzeniu odchylenia standardowego portfela (σp_i) poszczególnych zbiorów akcji i -tych spółek ($i = 1, 2, \dots, 12$) w miejsce odchylenia standardowego ($\sigma(t)_i$) dla poszczególnych akcji w t -tych okresach ($t = 1, 2, \dots, 10$). Taka modyfikacja może zwiększyć trafność oceny ryzyka całego zbioru akcji przez uwzględnienie zmian rentowności akcji w poszczególnych okresach. W celu obliczenia σp_i wykorzystano model Sharpe'a $\sigma p_i = \sqrt{\sigma^2 p_i} = \sqrt{\beta^2 p_i \sigma^2 M + \sigma e^2 p_i}$ (tab. 2).

Jednym z kluczowych elementów prezentowanej koncepcji jest określenie wskaźnika jakości optymalizowanego portfela akcji. Powinien on odpowiadać właściwościom portfela o charakterze dwukryterialnym. Zasadne jest więc przyjęcie wskaźnika zmienności w wersji zmodyfikowanej. Wskaźnik $Wz(m)$ jest użyty w dwóch wariantach: w kryterium maksymalizacji dochodu przy równoczesnym minimalizowaniu ryzyka oraz w kryterium minimalizacji ryzyka przy równoczesnym maksymalizowaniu dochodu.

I. Pierwszy wariant proponowanej koncepcji konstrukcji portfela inwestycyjnego przyjmuje postać: $OWz(m) = \frac{R}{\sigma p}$.

Tabela 1

Wartości stóp zwrotu z akcji w okresie badawczym

Miesięczne stopy zwrotu akcji [%]											
Spółki (i)	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	Średnie stopy zwrotu \bar{R}_i
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
APL	-0,64	-3,23	-1,33	-2,36	-9,00	33,84	14,20	9,95	49,32	-6,82	8,39
BDX	3,08	-0,02	0,70	-7,62	0,00	-10,00	5,56	18,42	0,00	4,00	0,58
GRJ	-2,46	2,06	-4,48	23,94	4,17	26,18	1,15	5,41	-3,51	6,44	5,89
GTC	-2,01	18,75	1,50	6,67	-5,56	6,62	18,62	18,02	28,33	9,79	10,07
INT	-5,00	20,62	-0,43	-4,29	-11,21	82,83	4,42	47,62	0,36	7,86	14,28
JTZ	0,72	6,00	6,47	3,67	-8,55	0,13	15,33	-10,98	-10,26	6,80	0,93
KRS	7,14	-12,50	-19,52	5,33	-10,11	-5,00	4,61	0,63	-12,50	3,57	-3,84
PEO	1,13	4,88	8,64	11,01	-13,50	12,10	-0,85	-0,69	8,77	1,06	3,25
PKM	-1,35	12,63	4,04	0,00	6,03	3,66	7,06	2,56	6,43	-1,01	4,01
RPC	9,76	12,13	-2,40	-0,49	3,96	-0,95	17,31	4,51	1,96	5,77	5,16
SKA	6,43	-9,89	-0,41	-8,98	4,48	8,15	5,56	5,26	-1,43	7,97	1,72
WWL	0,63	0,42	2,08	12,47	-2,16	10,29	12,00	1,79	35,67	0,86	7,51
WIG	-4,17	7,42	3,52	7,68	-5,78	6,50	4,28	5,52	4,28	3,01	3,23

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych gazety „Parkiet” 2006.

Tabela 2

Wartości ryzyka według modelu Sharpe'a

Spółki	Ryzyko całkowite	
	Wariancja	Odchylenie standardowe
APL	0,036885	0,1920547
BDX	0,006889	0,0830000
GRJ	0,011600	0,1077030
GTC	0,011467	0,1070841
INT	0,086282	0,2937380
ITZ	0,007372	0,0858604
KRS	0,008750	0,0935414
PEO	0,005810	0,0762234
PKM	0,001840	0,0428950
RPC	0,003959	0,0629206
SKA	0,004459	0,0667757
WWL	0,012823	0,1132387

Źródło: Badania własne na podstawie danych z tabeli 1.

II. Drugi wariant proponowanej konstrukcji portfela inwestycyjnego przyjmuje postać $Wz(m) \frac{\sigma P}{R}$. Wyjściowe wartości $Wz(m)$ ujęto w tabeli 3.

Podkreślić należy, że dwuwariantowość wskaźnika $Wz(m)$ stanowi podstawę konstrukcji funkcji kryterialnej odpowiednio w dwóch wariantach modelu. Pierwszy wariant oparty jest na wyborze akcji spółek umieszczonych w tabeli 1 z wykorzystaniem elementów niezawodności. Proces optymalizacji modelu tego portfela prowadzony jest metodą programowania dynamicznego.

Konstrukcja dwukryterialnego modelu optymalizacyjnego według proponowanej koncepcji przyjmuje postać wyjściową:

$$[1] \max[Rp] = \max \left[\sum_{i=1}^n R_i t x_i \right],$$

$$[2] \min[\sigma^2 p] = t^2 x_1 \cdot \sigma_1^2 + t^2 x_2 \cdot \sigma_2^2 + t^2 x_3 \cdot \sigma_3^2 + 2t x_1 \cdot t x_2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{1,2} + \\ + 2t x_1 \cdot t x_3 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_3 + 2t x_2 \cdot t x_3 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \cdot \rho_{2,3},$$

Tabela 3

Zmodyfikowane współczynniki zmienności w okresie 01.06.2005–01.03.2006 r.

Miesięczne zmodyfikowane współczynniki zmienności ($Wz(m)$) [w %]*											Współczynniki zmienności portfela (zbioru akcji) i -tej spółki σ_i / \bar{R}_i **
APL	-30,00	-6,00	-14,4	-8,0	-2,0	0,57	1,35	1,95	0,95	-2,83	2,288
BDX	2,69	-4,20	-0,10	11,90	0,00	0,80	1,50	0,50	0,00	2,10	14,310
GRJ	-0,44	5,20	-2,40	0,45	2,59	0,40	9,39	2,00	-3,08	1,68	1,900
GTC	-5,30	0,57	7,10	1,60	-1,90	1,62	0,57	5,40	0,38	1,09	1,062
INT	-5,88	1,43	-68,37	-6,85	-2,62	0,355	-6,65	0,62	81,70	3,07	2,059
JTZ	11,30	1,43	1,33	2,34	-1,00	0,663	0,56	-0,78	0,84	1,26	9,237
KRS	0,334	0,378	0,48	1,56	0,926	-1,87	2,03	1,486	-0,75	6,33	-2,44
PEO	0,675	1,96	0,400	0,69	-0,565	0,63	-8,97	-11,05	0,863	1,93	2,35
PKM	-3,48	0,34	1,062	0,00	0,714	1,173	0,608	1,676	0,667	-4,248	1,07
RPC	0,644	0,518	-2,621	-12,8	1,589	-6,621	0,363	1,395	3,029	1,090	1,22
SKA	1,039	-0,615	-16,293	-0,744	1,491	0,820	1,201	1,270	-4,671	0,838	3,88
WWL	17,94	26,904	5,433	0,839	-5,231	1,098	0,942	6,313	0,336	13,140	1,50

* Na przykład dla spółki APL w pierwszym miesiącu: $Wz(m)_{APL} = -\frac{19,205}{0,64} = -30,00$; dla GTC w drugim miesiącu: $Wz(m)_{GTC} = \frac{10,708}{18,75} = 0,57$, itd. (por. tab. 1 i 2); ** \bar{R}_i – średniomiesięczna stopa zwrotu.

Źródło: Badania własne.

$$[3] \sum_i tx_i = 1,0 \text{ oraz } tx_i \geq 0 \text{ (} tx_i \text{ – udział w portfelu } i\text{-tej spółki).}$$

W prezentowanym modelu tx rozumiana jest jako zmienna decyzyjna.

Określenie optymalnych udziałów akcji w portfelu (tx^*) wymaga zastosowania odrębnej procedury matematycznej. W tym celu można wprowadzić konstrukcję pomocniczą jako model hipotetyczny postaci (1)–(3):

$$(1) \max_{tx} [(tx_i)OWz(m)_i + \dots + (tx_n)OWz(m)_n],$$

$$(2) \sum_{tx=0,1}^{1,0} \sum_{i=1}^n tx_i = \sum_{tx=0,1}^{1,0} (tx_1 + tx_2 + \dots + tx_n) = 1 \text{ (dla } i = 1, 2, \dots, n = \text{liczba spółek),}$$

$$(3) tx_i \geq 0.$$

Założenia do modelu hipotetycznego:

1. Wskaźnik jakości ($OWz(m)$) w modelu hipotetycznym pełni rolę funkcji kryterialnej. Jest skonstruowany na podstawie miesięcznego zmodyfikowanego współczynnika zmienności i przyjmuje maksimum.
2. Funkcja kryterium jest oszacowaną funkcją trendu ($t = tx; tx = 0; 0,1; \dots, 1,0$).
3. Wyboru spółek dokonano na podstawie [Tymiński, Zawisłak 2008, s. 415]:
 - 3a) współczynnika determinacji ($R^2 > 0,8$),
 - 3b) miernika niezawodności $\max \hat{R}^{nz}(t)_i$, który oznacza oszacowany poziom niezawodności dla i -tej spółki ($\max \hat{R}^{nz}(t)_i \geq 0,9$)¹.
4. Warunkiem ograniczającym jest suma udziałów (tx_i) akcji wybranych spółek w portfelu.

Miernik niezawodności w uproszczeniu można wyrazić zależnością [Muhlemann, Oakland, Lockyer 2001, s. 140]²:

$$\hat{R}^{nz}(t)_i = \frac{\text{suma dodatnich wartości stóp zwrotu (\%)}}{\text{suma modułów wartości stóp zwrotu ogółem (\%)}}$$

gdzie: $\hat{R}^{nz}(t)_i$ – szacowana wartość niezawodności ($t = 1, 2, \dots, 10; i = 1, 2, \dots, n = 12$).

Niezawodność $\hat{R}^{nz}(t)_i$ papieru wartościowego jest to prawdopodobieństwo tego, że będzie on nadal funkcjonował w czasie t .

¹ Pojęcie niezawodności wiąże się z ogólnie rozumianą jakością. Innymi słowy, jest to prawdopodobieństwo zrealizowania wyznaczonych zadań (funkcji) w określonych warunkach i czasie. Na rynku kapitałowym oznacza zdolność portfela papierów wartościowych do generowania dochodu.

² W klasycznym ujęciu miernik niezawodności ($R^{nz}(t)_i$) jest określony formułą Wienera [Tymiński 2001, s. 141]: $R^{nz}(t)_i = e^{-\int_0^t \lambda(t)_i dt}$.

Wartość $\hat{R}^{nz}(t)_i$ dla i -tej spółki wynosi:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{APL}^{nz}(10) &= 0,821, & \hat{R}_{BDX}^{nz}(10) &= 0,550, & \hat{R}_{GRJ}^{nz}(10) &= 0,869, & \hat{R}_{INT}^{nz}(10) &= 0,887, \\ \hat{R}_{GTC}^{nz}(10) &= 0,995, & \hat{R}_{ITZ}^{nz}(10) &= 0,568, & \hat{R}_{PEO}^{nz}(10) &= 0,769, & \hat{R}_{PKM}^{nz}(10) &= 0,347, \\ \hat{R}_{SKA}^{nz}(10) &= 0,646, & \hat{R}_{RPC}^{nz}(10) &= 0,985, & \hat{R}_{WWL}^{nz}(10) &= 0,973. \end{aligned}$$

$\hat{R}_{KRS}^{nz}(10)$ zostało wyeliminowane z analizy niezawodności ze względu na ujemną wartość średniej stopy zwrotu \bar{R}_i . Stąd do portfela optymalizacyjnego przyjęto spółki: GTC, RPC oraz WWL, ze względu na założony poziom niezawodności.

Portfel złożony z wybranych spółek podlega procedurze optymalizacji zgodnie z wprowadzonym modelem hipotetycznym (1)–(3). Model matematyczny, w konwencji programowania dynamicznego, można przedstawić formułą [Kryński, Badach 1976, s. 296]:

$$\max G(x_1, \dots, x_n) = g_1(x_1) + \dots + g_n(x_n) = \sum_{i=1}^n g_i(x_i)$$

przy ograniczeniach: $\sum_{i=1}^n x_i = k, k = 1, 0$,
gdzie:

x_1, \dots, x_n – zmienne decyzyjne, oznaczające wielkości środków zaangażowanych do realizacji poszczególnych zadań;

k – suma dysponowanych środków;

$g_i(x_i)$ – funkcja korzyści z zainwestowania w i -te zadanie.

Optymalizacja metodą programowania dynamicznego polega na rozdzieleniu k środków na n przedsięwzięć w taki sposób, by zmaksymalizować efekt działania, którym może być na przykład dochód z portfela.

W prezentowanej koncepcji portfelowej modelu hipotetycznego środki x_i oznaczono symbolem tx_i , k symbolem $x(t)$; funkcję korzyści $g(x_i)$ przyjęto

Tabela 4

Wartości funkcji $f(OWz(m)_i)$

Wyszczególnienie	$x(t)$										
	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
tx	(0)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$f(OWz(m))$ (GTC)	0	0,4060	1,5486	2,5164	3,3913	4,2556	5,1911	6,2802	7,6049	9,2472	11,2890
$f(OWz(m))$ (RPC)	0	2,1860	2,4704	2,8845	3,4226	4,0628	4,8073	5,6423	6,5578	7,5442	8,5914
$f(OWz(m))$ (WWL)	0	0,0151	0,1814	0,4807	0,9191	1,5024	2,2372	3,1289	4,1839	5,4013	6,8075

Źródło: Badania własne.

$f(OWz(m)_i)$ ($i = 1, 2, 3$). Procedura optymalizacji portfela przebiega zgodnie z założeniami do modelu hipotetycznego (1)–(3). Oszacowane wartości funkcji $f(OWz(m)_i)$ przedstawiono w tabeli 4.

Zawarte w tabeli 4 wartości funkcji $OWz(m)$ wybranych spółek należy rozumieć jako dochód z konstruowanego portfela akcji. Poziom dochodu jest zależny od przydzielonych środków tx_i wyrażających udziały i -tych spółek w portfelu, ze środków ogółem $x(t)$ posiadanych na danym etapie optymalizacji. Udziały spółek w portfelu ustalono na podstawie maksymalnych wartości funkcji $f(OWz(m)_i)$.

Proces optymalizacji dla $tx_i \in \langle 0; 1,0 \rangle$ prowadzi do optymalnych udziałów tx_i^* wybranych i -tych spółek ($i = 1, 2, 3$). W rezultacie otrzymuje się optymalną strukturę udziałów trzech spółek (GTC, RPC oraz WWL) w konstruowanym portfelu.

W prezentowanej procedurze programowania dynamicznego kryterium numeryczne dotyczące maksymalizacji dochodu z portfela wyraża formuła [Kryński, Badach 1976, s. 298]:

$$\max F_{1,1+i}(x(t)) = \max_{0 \leq tx \leq x(t)} [f_1(tx) + f_{1+i}(x(t) - tx)],$$

gdzie:

$i = 1, 2, 3$;

$x(t)$ – suma środków dysponowanych na poszczególnych etapach procesu optymalizacji.

W prezentowanej procedurze formuła $\max F_{1,1+i}(x(t))$ przyjmuje postać $F_{1,2}(x(t)) = f_1 OWz(m) + f_2 OWz(m)$ i oznacza dochód przy optymalnym udziale (tx) spółek, tj. GTC i RPC. Do wyznaczenia tx , przy $\max F_{1,2}(0,2)$, ma zastosowanie wzór: $F_{1,2}(x(t)) = f_1(tx) + f_2(x(t) - tx)$. Dla określenia tx należy zatem podzielić dysponowane środki $x(t)$: 0; 0,1; 0,2:

$$F_{1,2}(0) = f_1(0) + f_2(0,2) = 0,0 + 2,4704 = 2,4704;$$

$$F_{1,2}(0,1) = f_1(0,1) + f_2(0,1) = 0,4060 + 2,1860 = 2,5920;$$

$$F_{1,2}(0,2) = f_1(0,2) + f_2(0) = 1,5486 + 0,0 = 1,5486.$$

Stąd: $\max F_{1,2}(0,2) = \max_{tx \in \langle 0; 0,2 \rangle} \{2,4704; 2,5920; 1,5486\} = 2,5920$ (tab. 5, kolumna 2 dla $x(t) = 0,2$).

W analogiczny sposób przeprowadzono obliczenia dla pozostałych tx , czyli:

$$F_{1,2}(0,0), F_{1,2}(0,1), F_{1,2}(0,2), \dots, F_{1,2}(1,0).$$

Druga faza procesu optymalizacji prowadzi do określenia wartości optymalnych dla:

$$F_{1,2,3} x(t) = \max F_{1,2,3}(x(t)) = \max_{0 \leq tx \leq x(t)} [F_{1,1}(tx) + f_3 t(x) - tx],$$

$$0,0 \rightarrow F_{1,2}(0) + f_3(0) = 0,0 + 0,0 = 0,0,$$

$$0,0 \rightarrow F_{1,2}(0) + f_3(0,1) = 0,0 + 0,0151 = 0,0151,$$

$$F_{1,2}(0,1) + f_3(0) = 2,1860 + 0,0 = \underline{2,1860},$$

$$\underline{\max F_{1,2,3}(1,0) = 2,1860} \left[(1,0) \frac{1(0,0), 2(0,1)}{3(0,0)} \right],$$

co oznacza, iż wszystkie „środki” (0,1) przydzielone zostały spółce drugiej, tj. RPC – itd., aż do $x(t) = 1,0$.

Rezultaty hipotetycznej optymalizacji przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 5

Rezultaty optymalizacji modelu hipotetycznego

Rozdział dysponowanych środków $x(t)$	Dochód przy rozdziale środków tx na spółki		Struktura rozdziału środków tx (tj. udziałów) na spółki	
	$F_{1,2}(tx)$	$F_{1,2,3}(tx)$	GTC, RPC	GTC, RPC, WWL
1	2	3	4	5
0,0	0,0000	0,0000	0,0; 0,0	0,0; 0,0; 0,0
0,1	2,1860	2,1860	0,0; 0,1	0,0; 0,1; 0,0
0,2	2,5920	2,5920	0,1; 0,1	0,1; 0,1; 0,0
0,3	3,7346	3,7346	0,2; 0,1	0,2; 0,1; 0,0
0,4	4,7024	4,7024	0,3; 0,1	0,3; 0,1; 0,0
0,5	5,5773	5,5773	0,4; 0,1	0,4; 0,1; 0,0
0,6	6,4416	6,4416	0,5; 0,1	0,5; 0,1; 0,0
0,7	7,3771	7,3771	0,6; 0,1	0,6; 0,1; 0,0
0,8	8,4662	8,4662	0,7; 0,1	0,7; 0,1; 0,0
0,9	9,7909	9,7909	0,8; 0,1	0,8; 0,1; 0,0
1,0	11,4332	11,4332	0,9; 0,1	0,9; 0,1; 0,0

Źródło: Badania własne.

Wyniki prezentowane w tabeli 5 dotyczą modelu hipotetycznego dającego optymalną strukturę udziałów w portfelu (kolumna 5 zmienne decyzyjne tx_1^* dla $x(t) = 1,0$). A zatem: $tx_1^* = 0,9$; $tx_2^* = 0,1$; $tx_3^* = 0$. Oznacza to zakończenie optymalizacji hipotetycznej zgodnie z założeniami modelu (1)–(3).

Na gruncie wyników optymalizacji hipotetycznej portfela jest możliwe ostateczne rozwiązanie modelu wyjściowego [1]–[3]:

$$[1] \quad Rp = 10,07 \cdot 0,9 + 5,16 \cdot 0,1 + 0,0 = 9,58 \text{ (por. tab. 1),}$$

$$[2] \quad \sigma^2 p = 0,0115 \cdot 0,81 + 0,004 \cdot 0,01 + 0,0^2 +$$

$$+ 2 \cdot 0,10710 \cdot 0,09 \cdot 0,063 \cdot 0,1 \cdot 0,2785 = 0,009693 \quad (\text{por. tab. 2}),$$

wartość współczynnika korelacji $r_{GTC, RTC} = 0,2785$, stąd $\sigma = 0,0984$ (9,84%).

$$[3] \quad \sum_i t x_i = 0,9 + 0,1 = 1,0.$$

Reasumując, maksymalny dochód, tj. stopa zwrotu z portfela akcji spółek GTC i RPC, wynosi 9,58%, ryzyko natomiast 9,84%, dlatego współczynnik zmienności przyjmuje wartość $Wz(Rp) = 1,03$. Rezultaty optymalizacji w wariancie pierwszym dla inwestora z awersją do ryzyka można uznać za korzystne. Ryzyko bowiem określone zarówno odchyleniem standardowym, jak i współczynnikiem zmienności jest niewysokie.

II. Drugi wariant proponowanej koncepcji konstrukcji portfela inwestycyjnego na rynku kapitałowym sprowadza się do modelu optymalizacyjnego w postaci:

$$[1a] \quad \min_i \left(\sum_i^n w_i \lambda s(t) / T \right), \quad [1b] \quad \max_t \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T w_i R_i^{nz}(t) \right),$$

$$[2] \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad [3] \quad w_i \geq 0, \quad (t = 1, 2, \dots, T = 10); \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

gdzie:

w_i – udziały akcji i -tych spółek w portfelu;

$\lambda(t)$ – intensywność pojawienia się niekorzystnej (bardzo niskiej bądź ujemnej) stopy zwrotu (R) ujętej we wskaźniku $\frac{\sigma p}{R}$;

$\lambda s(t)$ – wartości skumulowane $\lambda(t)$;

$R^{nz}(t)_i$ – funkcja niezawodności dla i -tej spółki, w czasie badawczym.

W analizowanym wariancie zastosowano odrębną, w porównaniu do wariantu pierwszego, procedurę konstrukcji portfela i jego optymalizacji. Procedura ta obejmuje kilka etapów.

1. Określenie $\lambda s(t)$ przy wykorzystaniu zmodyfikowanego wskaźnika zmienności $Wz(m) = \frac{\sigma p}{R(t)}$ dla spółek charakteryzujących się najwyższymi wartościami $R^{nz}(t) \geq 0,9$, tj. GTC, RPC oraz WWL oraz równocześnie najniższymi wartościami $\lambda(t)$. W celu wyznaczenia wartości $\lambda(t)$ a następnie $\lambda s(t)$ można

wykorzystać wzór w postaci $\hat{\lambda}(t) = - \left[\frac{N(1 + \Delta) - N}{N_0 + N} \right]$ [Tymiński 2001, s. 142]

($N = Wz(m)$). W tabeli 6 zamieszczono wartości $Wz(m)$, $\lambda(t)$ oraz wartości skumulowane $\lambda s(t)$.

Tabela 6Wartości $\lambda(t)$ dla spółki GTC [%]

Wyszczególnienie	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
$\frac{\sigma p}{R(t)}$	-5,30	0,570	7,100	1,600	-1,900	1,620	0,570	5,400	0,380	1,09
$\lambda(t)$	-	1,107	1,381	0,717	0,402	11,793	-3,750	-2,205	0,840	-0,08
Wartości skumulowane $\lambda_S(t)$	0,00	1,107	2,488	3,205	3,607	15,400	11,65	9,440	10,280	10,20

Źródło: Badania własne.

Podobnie obliczono wartości $\lambda_S(t)$ dla spółki RPC ($\lambda(10)_2 = 10,45$) oraz dla spółki WWL ($\lambda(10)_3 = 0,194$).

Wartości $\lambda_S(t)$ z tabeli 6 wyrażają skumulowaną intensywność pojawiania się niekorzystnej stopy zwrotu. Wartość skumulowana w t_{10} może posłużyć do określenia przeciętnej intensywności $\lambda(t)$ w okresie badawczym, na mocy formuły:

$$\frac{\lambda_S(t_{10})}{10} = \bar{\lambda}_S(10)$$

Obliczona wartość $\bar{\lambda}_S(10)$ będzie wykorzystana do oceny niezawodności przy zastosowaniu wzoru Wienera:

$$R^{nz}(t) = e^{-\int_0^t \bar{\lambda}_S(10) dt}$$

2. Ustalenie udziałów spółek w portfelu według prezentowanej koncepcji, w której przyjęto zasadę min $\lambda_S(t)$. Oznacza to, że im mniejsza wartość $\lambda_S(t_{10})$, tym większy będzie udział spółki w portfelu.

Punktem wyjścia do ustalenia udziału spółki jest formuła: $\frac{1}{\lambda_S(t_{10})_i}$. Dysponując tymi wartościami, dla każdej spółki można obliczyć ich sumę $\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\lambda_S(t_{10})_i}$. Zatem udziały spółek w portfelu wynikają z relacji: $w_i = \frac{1}{\lambda_S(t_{10})_i} / \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\lambda_S(t_{10})_i}$. Na przykład udział spółki GTC (tab. 6) wynosi: $w_{1GTC} = \frac{1}{10,20} / 5,3508 = 0,0183$ (1,83%).

Analogicznie obliczenia dla pozostałych spółek pozwalają określić strukturę portfela: $w_{1(GTC)} = 1,83\%$; $w_{2(RPC)} = 1,79\%$; $w_{3(WWL)} = 96,38\%$.

Z przeprowadzonych badań wynika, że w okresie badawczym przebieg $\lambda_S(t)$ i -tych spółek miał rozkład wykładniczy. Można zatem przyjąć, że wskaźnik niezawodności wyraża formuła: $R^{nz}(t) = e^{-\lambda t}$ [Tymiński 2001, s. 147]. Stąd na

przykład dla spółki GTC będzie to: $R^{nz}(t)_{GTC} = e^{-\bar{\lambda}_s(10)_1} = e^{-1,02} = 0,36$ ($p = 0,36$). Oznacza to, że należy się spodziewać realizacji stopy zwrotu akcji spółki GTC z prawdopodobieństwem $p = 0,36$. Analogicznie dla pozostałych spółek będzie: $R^{nz}(t)_{RPC} = e^{-1,04} = 0,35$ oraz $R^{nz}(t)_{WWL} = e^{-0,0194} = 0,98$.

Model [1]–[3], po uwzględnieniu obliczonych wartości w_i , $\lambda_s(t)$ oraz $R^{nz}(t)$, prowadzi do rozwiązania:

$$[1a] \quad \min[1,02 \cdot 0,0183 + 1,04 \cdot 0,0179 + 0,0194 \cdot 0,9638] = 0,056 \quad (5,6\%),$$

$$[1b] \quad \max[0,0183 \cdot 0,36 + 0,0179 \cdot 0,35 + 0,9638 \cdot 0,98] = 0,957 \quad (95,7\%),$$

$$[2] \quad 0,0183 + 0,0179 + 0,9638 = 1,0,$$

$$[3] \quad 0,0179 > 0$$

$$\text{dla} \quad Rp = 0,0183 \cdot 10,07\% + 0,0179 \cdot 5,06\% + 0,9638 \cdot 7,51\% = 7,52\% \quad \text{oraz}$$

$$\sigma^{nz} p = \sqrt{\sigma^{nz2} p} = 0,1091, \text{ gdzie } \sigma^{nz} p \text{ – odchylenie standardowe portfela.}$$

Współczynnik zmienności zatem ma wartość:

$$Wz(Rp) = \frac{0,1091}{0,0752} = 1,451.$$

Reasumując, przeprowadzone badania pozwalają na tym etapie sformułować następujące spostrzeżenia:

- 1) niekorzystne stopy zwrotu w analizowanym portfelu mogą wystąpić z intensywnością $\lambda(t) = 5,6\%$;
- 2) prawdopodobieństwo osiągnięcia oczekiwanego dochodu w wysokości $Rp = 7,52\%$ z konstruowanego portfela wynosi $p = 0,957$ (95,7%);
- 3) ryzyko konstruowanego portfela wynosi $\sigma p = 0,1091$ (10,91%).

Ponadto, wykorzystując właściwości teorii niezawodności, można również określić ryzyko portfela w ujęciu miary niezawodności i wyrazić je współczynnikiem $h^{nz}(t)$ w postaci formuły [Lock 2002, s. 287]:

$$h^{nz}(t) = f^{nz}(t) / R^{nz}(t),$$

gdzie:

h^{nz} – ryzyko w ocenie niezawodnościowej;

$f^{nz}(t)$ – funkcja gęstości (pochodna funkcji niezawodności);

$R^{nz}(t)$ – funkcja niezawodności;

$$h^{nz}(p) = 0,0183 \cdot 1,02 + 0,0179 \cdot 1,04 + 0,9638 \cdot 0,0194 = 0,056^3,$$

gdzie: $h^{nz}(p)$ – niezawodnościowe ryzyko portfela.

³ Zakładając, że funkcja niezawodności ma charakter wykładniczy, będzie dla $h^{nz}(t) = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda$. Dla portfela będzie: $\sum_i \bar{\lambda}_s(10)_i \cdot w_i \rightarrow h^{nz}(p)$.

Stąd współczynnik zmienności z uwzględnieniem miary niezawodności przyjmuje wartość: $Wz^{nz}(Rp) = \frac{0,056}{0,0752} = 0,745$.

Ocena ryzyka portfela określonego miarą niezawodności jest bardziej trafna niż ocena dokonana tradycyjną miarą odchylenia standardowego, a także ze względu na właściwości prognostyczne od innych modeli przedstawionych w artykule (por. Rezultaty optymalizacji modeli portfelowych). Wyniki przeprowadzonych badań zawarto w tabeli 7.

Tabela 7

Mierniki oceny jakości optymalnych modeli portfelowych rynku kapitałowego

Spółki	Mierniki oceny jakości modeli												
	Modele portfelowe papierów wartościowych według koncepcji autora								Model tradycyjny				Spółki w modelu tradycyjnym
	Wariant I				Wariant II								
	udziały	Rp	σp	$Wz(Rp)$	udziały	Rp	$\sigma p(h^{nz})$	$Wz(Rp)$	udziały	Rp	σp	$Wz(Rp)$	
									-1,336				
GTC	0,9				0,0183				1,714	0,15	0,118	0,790	PKM
RPC	0,1	0,0958	0,0984	1,03	0,0179	0,0752 (0,0752)	0,1091 (0,056)	0,145 (0,745)*	0,673				GTC
WWL	0,0				0,9638				-0,052				RPC
													WWL

*Wartość modelu opartego na niezawodności (min $\lambda(t)$).

Źródło: Badania własne.

Otrzymane wyniki konstrukcji i optymalizacji portfela według przedstawionej koncepcji autorskiej są zadowalające i mogą być przedmiotem oceny porównawczej z portfelem nazywanym tradycyjnym, skonstruowanym i zoptymalizowanym według dotychczas stosowanej metody [Jajuga, Jajuga 1998, s. 147–148].

Rezultaty optymalizacji modeli portfelowych, ocena przeprowadzonych badań

Zastosowanie elementów teorii niezawodności oraz programowania dynamicznego pozwoliło, jak się wydaje, na trafniejszą ocenę ryzyka analizowanych modeli portfelowych. Osiągnięto ponadto lepsze warunki prognostyczne. Dla inwestora oznacza to większą pewność zrealizowania oczekiwanego dochodu.

Szczególnie drugi model prezentowanej koncepcji ma lepszą jakość rynkową. Wykorzystanie bowiem elementów teorii niezawodności dało możliwość określenia „trwałości” wybranych papierów wartościowych w dłuższym horyzoncie czasu. Tak na przykład akcja WWL przetrwała do 2012 roku oraz, co

należy podkreślić, równocześnie wzrosła wartość jej kursu z 234,00 w 2006 roku do 580,00 PLN w 2012 roku. Podobnie, trafność oceny dotyczy spółki GTC, która również przetrwała do 2012 roku, przy czym kurs jej akcji z 2006 roku (268,00 PLN) obniżył się do poziomu 8,50 PLN w 2012 roku [GPW. Archiwum notowań 2012].

Należy przypomnieć, że akcja spółki GTC uzyskała w procesie badawczym niską ocenę w mierniku niezawodności (prawdopodobieństwo realizacji $p = 0,36$). Dodatkowo charakteryzuje ją wysoki poziom wskaźnika $\lambda(t)$.

Warto zwrócić uwagę, że optymalizacja portfela inwestycyjnego metodą tradycyjną również umożliwia minimalizowanie ryzyka. Dotyczy to jednak ryzyka przy założonej stopie zwrotu.

Podkreślić też należy, że metoda tradycyjna nie weryfikuje realności osiągnięcia wyniku otrzymanego na skutek optymalizacji. Oznacza to, że inwestor otrzymuje informację o minimalnym ryzyku, jednakże bez oceny poziomu jego realności. Takim miernikiem realności portfela może być zaproponowany wskaźnik niezawodności.

Realność wyników optymalizacji według zaproponowanej koncepcji znalazła potwierdzenie w przypadku spółki WWL, którą w portfelu tradycyjnym uznano za mało efektywną i przeznaczono ją do sprzedaży. Ocenę taką należy uznać za nietrafną, co potwierdziły realia rynku kapitałowego.

Lepsze skutki ekonomiczne dla inwestora z awersją do ryzyka mogą być potwierdzone przez właściwą ocenę funkcji użyteczności. Wartości tej funkcji obliczone dla analizowanych portfeli według formuły:

$$\max U = R - (\sigma + 0,2\sigma^2)$$

wskazują jednoznacznie na wariant II prezentowanej koncepcji portfelowej:

- U_I (wariant I) = 0,0093,
- **U_{II} (wariant II) = 0,0399,**
- U (model tradycyjny) = 0,01736.

Ocena funkcji użyteczności skonstruowanego portfela akcji może stanowić dodatkowe kryterium oceny inwestora. Przeprowadzone badania również potwierdzają trafność decyzji przy wyborze portfela wariantu drugiego o najwyższej wartości funkcji użyteczności.

Wnioski

Przedstawiona w artykule wielokryterialna koncepcja konstrukcji portfela na rynku kapitałowym powinna służyć osiągnięciu lepszych efektów ekonomicznych w procesach inwestowania na rynku kapitałowym. Można ją traktować

jako alternatywną propozycję modelową do aktualnie istniejących konstrukcji modelowych portfela papierów wartościowych.

Zaproponowane podejście do konstruowania i optymalizacji portfela papierów wartościowych jest propozycją wzbogacenia teorii portfelowej o nowe rozwiązania problemów na rynku kapitałowym.

Przeprowadzone badania, jak i dotychczasowy dorobek naukowy autora, umożliwiają sformułowanie następujących wniosków:

1. Podejmowanie nowych koncepcji do konstrukcji i optymalizacji portfeli rynkowych może sprzyjać wzrostowi efektywności ekonomicznej w inwestycyjnych decyzjach rynkowych.
2. Wykorzystanie właściwości miernika niezawodności w procesie konstrukcji portfela oraz programowania dynamicznego do jego optymalizacji pozwala na precyzyjną ocenę ryzyka i zwiększa „trwałość” portfela w dłuższym, strategicznym horyzoncie czasowym.
3. Ocena jakości portfela poprzez funkcję użyteczności pogłębia analizę efektywności portfela i zwiększa trafność decyzji inwestora na rynku kapitałowym.
4. Propozycja konstruowania modelu dwukryterialnego wzbogaca i urealnia ocenę inwestora w zakresie spodziewanego dochodu z równocześnie przewidywanym ryzykiem.
5. Określenie poziomu prawdopodobieństwa realizacji portfela przy uwzględnieniu ryzyka w sensie niezawodności podnosi walory praktycznego zastosowania proponowanej koncepcji na rynku kapitałowym.

Literatura

- BEINCHELT F., FRANKEN P.: *Zurverlässigkeit und Instandhaltung Mathematische Method*, München Wien 1984.
- BELLMAN R.: *Adaptacyjne procesy sterowania*, PWN, Warszawa 1965.
- Gazeta „Parkiet”, Wyd. Parkiet MEDIA SA, 2006.
- HAUGEN R.A.: *Teoria nowoczesnego inwestowania*, WIG-Press, Warszawa 1996.
- http://www.gpw.pl/notowania_archiwalne 2012.
- JAJUGA K., JAJUGA T.: *Inwestycje. Instrumenty finansowe. Ryzyko finansowe. Inżynieria finansowa*, PWN, Warszawa 1998.
- JAJUGA T., SŁOŃSKI T.: *Rynek kapitałowy. Finanse spółek. Długoterminowe decyzje inwestycyjne i finansowe*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Lange we Wrocławiu, Wrocław 1997.
- KRYŃSKI H., BADACH A.: *Zastosowanie matematyki do podejmowania decyzji ekonomicznych*, PWN, Warszawa 1976.
- LOCK D.: *Podręcznik zarządzania jakością*, PWN, Warszawa 2002.
- MUHLEMANN A.P., OAKLAND J.S., LOCKYER K.G.: *Zarządzanie. Produkcja i usługi*, PWN, Warszawa 2001.

- ROY B.: *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1990.
- SADOWSKI W.: *Teoria podejmowania decyzji*, PWE, Warszawa 1969.
- TARCZYŃSKI W.: *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, Wydawnictwo PLACET, Warszawa 1997.
- TARCZYŃSKI W.: *Fundamentalny portfel papierów wartościowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.
- TRZASKALIK T. (red.): *Modelowanie preferencji a ryzyko*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2004.
- TYMIŃSKI J.: *Elementy teorii niezawodności obiektów mieszkalnych*, Wydawnictwo WSGK w Kutnie, Kutno 2001.
- TYMIŃSKI J., ZAWIŚLAK R.: *Dwukryterialna koncepcja wyboru instrumentów finansowych dla efektywnej konstrukcji portfela i jego optymalizacja na rynku kapitałowym*, [w:] D. Zarzecki (red.), *Zarządzanie finansami*, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2008.

A Proposal of a New Concept of Constructing an Investment Portfolio in the Capital Market

Abstract

Better economic effects of investing in the capital market need effectively constructed and optimized portfolios. Portfolios where both returns (the maximization criterion) and risk (the minimization criterion) are optimised and particularly important for investors who are averse to risk, especially within their long-term strategies. Some bi-criteria models in portfolio theory are either not real bi-criteria solutions (Markowitz and Sharpe models) or have shortcomings. The bi-criteria model presented in the article uses elements of reliability theory to construct an investment portfolio. Two variants of the portfolio are discussed. One variant is optimised with the dynamic programming method. Risk level involved in the portfolio optimized using the concept proposed by the author is lower than that obtained from traditional methods for assessing portfolio risk.