Małgorzata Just, Magdalena Śmiglak-Krajewska
Katedra Finansów i Rachunkowości
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Pomiar zmienności cen na rynku zbóż paszowych oraz roślin strączkowych[1]

Wstęp

Ziarno zbóż w naszym kraju ma szczególne znaczenie gospodarcze. Znajduje nie tylko zastosowanie w przetwórstwie, ale i również w żywieniu zwierząt gospodarskich.

Szacuje się, że zboża dostarczają 60–85% energii w dawkach dla drobiu, 40–85% dla świń, 10–40% dla krów mlecznych oraz 5–25% dla owiec [Buraczewski, Ziołecka 1991]. W Polsce na cele paszowe uprawia się głównie ziarno jęczmienia, owsa i pszenżyta, zaś częściowo żyta, pszenicy i kukurydzy. Wykorzystując przy żywieniu zwierząt gospodarskich pasze energetyczne, jakimi są zboża, konieczne jest uzupełnianie dawki pokarmowej paszami o charakterze białkowym, które są najdroższymi komponentami paszowymi. Najprościej jest stosować premiksy, które zawierają dodatki mineralne oraz witaminy lub pasze uzupełniające, jednakże są one dość drogie, gdyż najczęściej stosowanym w nich komponentem jest poekstrakcyjna śruta sojowa[2]. Ze zbożami doskonale komponują się nasiona roślin strączkowych. Są to rośliny ostatnio bardzo atrakcyjne nie tylko dla hodowców, ale i również dla rolników, ze względu na projekty rządowe dotyczące zwiększenia areału upraw strączkowych oraz dopłaty na ich produkcję, które od 2010 roku wynoszą 65 € za ha.

---

[1] Publikacja została przygotowana w ramach Obszaru badawczego 5 „Ekonomiczne uwarunkowania rozwoju produkcji, infrastruktury rynku i systemu obrotu, a także opłacalności wykorzystania roślin strączkowych na cele paszowe w Polsce", program wieloletni „Ulepszenie krajowych źródeł białka roślinnego, ich produkcji, wykorzystania w paszach".

[2] Polska rocznie dla zaspokojenia potrzeb paszowych importuje ok. 2 miliony ton śruty sojowej. W art. 15 znowelizowanej ustawy o paszach wprowadzono zakaz stosowania od 1 stycznia 2013 roku pasz genetycznie zmodyfikowanych lub wykorzystania do ich produkcji organizmów zmodyfikowanych. Realizacja zapisu w art. 15 wymusza konieczność szukania alternatywy dla soi, znalezienia zastępczych, wysokobiałkowych składników pasz, porównywalnych nie tylko pod względem jakościowym, ale i również ekonomicznym.

W ostatnich latach obserwuje się wzrost zmienności cen na rynkach towarów rolnych [por. Hamulczuk, Klimkowski 2011], co powoduje większą ekspozycję uczestników rynku rolnego na ryzyko cenowe. Niestabilność dochodowa, wywołana znaczącą fluktuacją cen towarów rolnych, zakłóca w krótkim okresie stabilność funkcjonowania gospodarstw i ma ogromny wpływ na poziom inwestycji, które determinują działalność w długim okresie. Oprócz ryzyka cenowego rolnictwo narażone jest również na ryzyko produkcyjne, co wynika z długości cyklu produkcyjnego, a tym samym powolny obrót zaangażowanego w technologię kapitału.

Istnieje wiele sposobów szacowania zmienności cen towarów rolnych [Figiel, Hamulczuk 2010]. Podstawą do obliczeń mogą być szeregi czasowe cen lub stóp zwrotu cen czy też tylko ich nieprzewidywalne składowe. Można rozpatrywać ryzyko w koncepcji neutralnej lub negatywnej. Do często stosowanych metod pomiaru ryzyka cenowego towarów rolnych należą miary zmienności wyznaczane na podstawie historycznych stóp zwrotu. Wśród tej grupy najprostszą i najczęściej wykorzystywaną jest metoda klasyczna, polegająca na wyznaczeniu odchylenia standardowego. W ostatnim czasie podejmowane są próby szacowania zmienności nieprzewidywalnych składowych szeregów czasowych stóp zwrotu cen na podstawie bardziej złożonych modeli: ARCH, GARCH, czy EWMA [por. Borkowski, Krawiec 2009; Figiel, Hamulczuk 2010; Hamulczuk, Klimkowski 2011]. Każda z tych metod ma swoje mocne i słabe strony, dlatego nie można jednoznacznie przesądzić o uniwersalności któregokolwiek z nich. Wybór metody pomiaru zmienności musi być poprzedzony analizą szeregu stóp zwrotu. W niniejszej pracy podjęto próbę szacowania zmienności stóp zwrotu cen zbóż paszowych i roślin strączkowych.

Miary zmienności

Miary ryzyka cenowego można podzielić na: miary zmienności (*valatility measures*), wrażliwości (*sensitivity measures*) i zagrożenia (*downside risk measures*) [por. Jajuga 1999; Jajuga 2000a; Jajuga 2000b].

Idea pomiaru ryzyka za pomocą miar zmienności wywodzi się z teorii portfela. Według tej idei, im większa jest zmienność stopy zwrotu (lub innej zmiennej), tym większe jest ryzyko, gdyż zrealizowana stopa zwrotu może się różnić od tej spodziewanej (oczekiwanej) [Jajuga 2007].

Najczęściej wykorzystywanym i zarazem najprostszym sposobem wyznaczania zmienności jest metoda klasyczna. Polega ona na statystycznej estymacji wariancji względnych zmian cen danego towaru, z której wyznacza się odchylenie standardowe. W celu wyznaczania względnych zmian cen towarów do szacowania zmienności wykorzystuje się logarytmy naturalne ze względnych przyrostów (logarytmiczne stopy zwrotu) cen danego towaru, co można zapisać wzorem:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln\left(P_t\right) - \ln\left(P_{t-1}\right)$$

gdzie:
P_t – cenna towaru w okresie t.

Odchylenie standardowe stopy zwrotu wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(r_t - \bar{r}\right)^2}$$

gdzie:
r_t – stopa zwrotu z towaru w okresie t,
$\bar{r}$ – średnia stopa zwrotu z towaru,
n – liczba obserwacji.

Do otrzymania zmienności rocznej z odchylenia standardowego, liczonego dla wybranego okresu, wykorzystuje się następujący wzór:

$$\sigma_r = \sigma\sqrt{N}$$

gdzie:
σ – odchylenie standardowe stopy zwrotu z towaru,
N – liczba rozpatrywanych okresów w roku.

Niezwykle ważny jest dobór długości przedziału czasowego, który należy uwzględnić. Precyzja pomiaru zmienności jest dokładniejsza, im więcej informacji zostanie uwzględnionych w szacunku. Zbyt długi okres, na podstawie którego wyznacza się odchylenie standardowe może jednak spowodować niewłaściwe oszacowanie zmienności, wynikające z uwzględniania odległych obserwacji. Odchylenie standardowe określa przeciętne odchylenie stóp zwrotu od średniej stopy zwrotu, w związku z tym jest rozpatrywane w koncepcji neutralnej ryzyka [Jajuga 2007].

Stosując odchylenie standardowe zakłada się, że rozkład stóp zwrotu jest rozkładem normalnym, a poszczególne stopy zwrotu pochodzą z jednakowych, niezależnych rozkładów [Doman, Doman 2004; Trzpiot 2010]. Stąd odchylenie standardowe jest optymalne dla normalnego rozkładu stóp zwrotu, natomiast wrażliwe na wszelkie odchylenia od założeń normalności i występowanie obserwacji odstających.

W odróżnieniu od koncepcji neutralnej ryzyka, w negatywnej bierze się pod uwagę tylko niekorzystne zmiany cen, a w konsekwencji stóp zwrotu. W zależności od zajmowanej pozycji na rynku towarów rolnych, kupujący lub sprzedający, niekorzystne są dla uczestnika rynku odpowiednio wzrost i spadek ceny towaru. Miarą ryzyka pozwalającą zmierzyć przeciętne odchylenie stóp zwrotu tylko powyżej lub tylko poniżej średniego poziomu jest odpowiednio semiodchylenie standardowe ujemne i semiodchylenie standardowe dodatnie. Można je wyznaczyć ze wzorów:

$$s\sigma^{-} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(d_t^{-}\right)^2}, \quad s\sigma^{+} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(d_t^{+}\right)^2}$$

gdzie:

$$d_t^{-} = \begin{cases} 0, & r_t \geq \overline{r} \\ r_t - \overline{r}, & r_t < \overline{r} \end{cases}, \quad d_t^{+} = \begin{cases} 0, & r_t \leq \overline{r} \\ r_t - \overline{r}, & r_t > \overline{r} \end{cases},$$

r_t – stopa zwrotu z towaru w okresie t,
$\overline{r}$ – średnia stopa zwrotu z towaru,
n – liczba obserwacji.

Zmienność stóp zwrotu towarów można szacować także za pomocą innych klasycznych lub pozycyjnych miar: współczynnika zmienności, odchylenia przeciętnego, semiodchylenia przeciętnego, rozstępu, odchylenia ćwiartkowego, pozycyjnego współczynnika zmienności [Jajuga 2007]. Miar klasycznych nie powinno się stosować, jeżeli rozkład różni się znacznie od rozkładu normalnego i występują obserwacje odstające. W tym przypadku można zastosować wymienione miary pozycyjne oraz inne odporne estymatory zmienności [zob. Trzpiot 2010].

Założenie o niezależności zwrotów jest często krytykowane, obserwuje się istotną autokorelację – zależność stopy zwrotu od poprzednich wartości zwrotu. Na stopę zwrotu w okresie t składają się składowe deterministyczne oraz stochastyczne. Składowe deterministyczne można prognozować za pomocą liniowych modeli, natomiast składowe stochastyczne są to losowe zaburzenia.

Modelem pozwalającym uwzględnić relacje liniowe w szeregu stóp zwrotu towarów rolnych jest model autoregresji i średniej ruchomej ARMA(p, q) (*Autoregressive Moving Average*), rozszerzony o regresję dodatkowych zmiennych objaśniających (wahania sezonowe) – model ARMAX. Model ten uwzględnia relacje związane ze składowymi deterministycznymi szeregu czasowego, takimi jak sezonowość, może także uwzględniać trend (zamiast stałej φ_0). Model ARMAX ma postać [Doman, Doman 2009]:

$$r_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^{N-1} d_i x_{i,t} + \sum_{i=1}^{p} \varphi_i r_{t-i} + e_t + \sum_{i=1}^{q} \theta_i e_{t-i},$$

gdzie:

r_t – stopa zwrotu w okresie t,
e_t – składnik resztowy, ciąg niezależnych zmiennych losowych o jednakowym standaryzowanym rozkładzie,

N – liczba podokresów w roku (faz w cyklu),
$x_{i,\,t}$ – zero-jedynkowe zmienne sezonowe,
p – rząd autokorelacji oznaczający maksymalne opóźnienie stopy zwrotu,
q – rząd średniej ruchomej oznaczający maksymalne jej opóźnienie,
d_i, φ_i, θ_i – parametry modelu.

W modelu ARMAX warunkowa wartość oczekiwana stopy zwrotu zależy od poprzednich wartości szeregu stóp zwrotu, a warunkowa wariancja jest stała. Reszty z tego modelu stanowią stochastyczny składnik stóp zwrotu. Należy je analizować ze względu na rozkład i niezależność. Do oceny zmienności nieprzewidywalnej składowej szeregu stóp zwrotu – składnika stochastycznego można zastosować opisane powyżej miary zmienności. Szeregi danych kwartalnych i miesięcznych zwykle zawierają deterministyczne wahania sezonowe, które szacuje się za pomocą modelu ekonometrycznego ze zmiennymi zero-jedynkowymi. Jeśli w szeregach danych występuje zmienna amplituda wahań sezonowych, to może to oznaczać zmienność wariancji o charterze cyklicznym [Kufel 2010].

Wyniki badań wskazują, że metody szacowania zmienności na podstawie danych historycznych, zakładające niestałość wariancji, dają większą precyzję niż zmienność wyznaczana na podstawie klasycznego podejścia [Kroner, Kneafsey, Claessens 1995]. Jeśli odpowiednie testy potwierdzą występowanie zmiennej w czasie wariancji (heteroskedastyczności) stóp zwrotu lub ich nieprzewidywalnego składnika, rozwiązaniem może być szacowanie zmienności na podstawie modeli klasy ARCH lub GARCH.

W 1982 roku R. Engle zaproponował model ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), uwzględniający zmienność wariancji, czyli zależność warunkowej wariancji od jej poprzednich wartości. Model ARCH (q) można zapisać w postaci:

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0,1), \quad \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i e_{t-i}^2$$

gdzie:

$\omega, \alpha_q > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \ldots, q-1, \quad \sum_{i=1}^{q} \alpha_i < 1, \quad \sigma_t^2$ – wariancja warunkowa w okresie t,

e_t – składnik resztowy modelu (np. ARMAX) w okresie t,
ε_t – ciąg niezależnych zmiennych losowych o jednakowym standaryzowanym rozkładzie.

W przeciwieństwie do modeli liniowych składniki resztowe (szumy) w modelach ARCH są mnożone, a nie dodawane. e_t ma warunkowy rozkład $N\left(0, \sigma_t^2\right)$, oznacza to, że warunkowa wartość oczekiwana jest stała, a warunkowa wariancja zależy od poprzednich wartości. Pomimo tego, że warunkowy rozkład e_t jest normalny, ogony tego rozkładu są grube, a dzięki zależności wariancji od poprzednich wartości, model ten uwzględnia także grupowanie danych. Dobre dopasowanie modelu otrzymuje się zwykle dla bardzo dużych wartości q, niestety większa liczba parametrów wiąże się z większymi błędami szacunku. Dlatego wprowadzono uogólnione modele ARCH, w których dodano autoregresję do opisu warunkowej wariancji σ_t^2, co pozwoliło zredukować liczbę szacowanych parametrów.

Uogólniony model ARCH znany jest pod nazwą GARCH (*Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) [Bollerslev 1986]. Model GARCH(q, p) przybiera postać:

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0,1), \quad \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

gdzie:

$\omega, \alpha_q, \beta_p > 0, \quad \alpha_i, \beta_i \geq 0, i = 1,\dots, p-1, i = 1,\dots,q, \quad \sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{i=1}^{p} \beta_i < 1, \quad \sigma_t^2$ – wariancja warunkowa w chwili t,

e_t – składnik resztowy modelu (np. ARMAX) w chwili t,

ε_t – ciąg niezależnych zmiennych losowych o jednakowym standaryzowanym rozkładzie.

Bezwarunkową wariancję w modelu GARCH wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma^2 = \omega \Big/ \left(1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i - \sum_{i=1}^{p} \beta_i \right).$$

W modelu GARCH warunkowa wariancja σ_t^2 zależy od poprzednich wartości szeregu i poprzednich wartości wariancji warunkowej. Spośród wielu różnych wariantów tych modeli [por. Doman, Doman 2009] najbardziej popularnym i jednym z najprostszych jest model GARCH(1, 1), zwykle dobrze pasuje on do danych empirycznych [por. Dowd 2005].

Prostszym w zastosowaniach od modelu GARCH jest model EWMA (*Exponential Weighted Moving Average*). Zmienność w tym podejściu wyznacza się za pomocą wzorów [por. *RiskMetrics – Technical Document*]:

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0,1), \quad \sigma_t^2 = (1-\lambda) e_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2$$

gdzie:

$0 < \lambda < 1$, σ_t^2 – wariancja warunkowa w chwili t,

e_t – składnik resztowy modelu (np. ARMAX) w chwili t.

Parametr λ nie jest estymowany, ale przyjmuje się go na ustalonym poziomie. W literaturze spotyka się różne sugestie dotyczące jego optymalnej wartości. Twórcy *RiskMetrics* zalecają wartość 0,94 dla danych jednodniowych oraz 0,97 dla danych miesięcznych [*RiskMetrics – Technical Document*]. Przyjęcie parametru na tak wysokim poziomie powoduje, że zawirowania na rynku odzwierciedlone w cenach są uwzględniane przez długi czas w prognozowanych wartościach zmienności. Osłabić można ten efekt, stosując mniejsze wartości parametru λ – Alexander [1996] zaleca poziom między 0,5 i 0,7. Przyjęcie tych wartości skutkuje uwzględnianiem w prognozowaniu zmienności jedynie najnowszych danych. Z kolei Haug [2007] rekomenduje wartości parametru z przedziału od 0,75 do 0,98. Model ten jest należącym do rodziny modeli GARCH modelem o nazwie IGARCH(1, 1).

Materiał badawczy

Badaniom poddano szeregi tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu cen zbóż paszowych: żyta, jęczmienia, kukurydzy, pszenżyta oraz pszenicy w okresie 11.01.2004–13.05.2012 roku. Dane pochodzą z zintegrowanego systemu rolniczej informacji rynkowej (ZSRIR), prowadzonego przez Departament Rynków Rolnych Ministerstwa Rolnictwa i Rozwoju Wsi. Dodatkowo analizie poddano miesięczne stopy zwrotu cen roślin strączkowych w okresie 1.02.2006–31.12.2010 roku, wykorzystano niepublikowane dane udostępnione przez Główny Urząd Statystyczny. Zmienność zwrotów cen towarów rolnych określono za pomocą klasycznych i pozycyjnych miar. Zmienność oszacowano dla szeregów stóp zwrotu i dla uzyskanych dla tych szeregów składników resztowych z modelu ARMAX. Do wyznaczenia zmienności składników resztowych wykorzystano także modele zmienności warunkowej GARCH.

Wyniki badań

Statystyki opisowe stóp zwrotu cen zbóż paszowych oraz roślin strączkowych w badanym okresie zamieszczono w tabeli 1.

Analizując wartości współczynnika zmienności można stwierdzić bardzo dużą zmienność stóp zwrotu wszystkich towarów. Największą zmienność odnotowano na rynku kukurydzy i żyta, a najmniejszą na rynku roślin strączkowych. Należy zaznaczyć, że zmienność stóp zwrotu roślin strączkowych była wyznaczana na podstawie danych zagregowanych i dotyczyła innego okresu. W związku z obserwowaną dużą zmiennością szczególnie ważny jest wybór właściwej metody jej pomiaru. Dodatnie i ujemne zwroty z towarów nie są symetryczne. W przypadku wszystkich towarów obserwujemy większe przeciętne ujemne odchylenia zwrotów niż dodatnie od średniego zwrotu. Wszystkie rozkłady stóp zwrotu, z wyjątkiem żyta, charakteryzują się ujemną skośnością, występuje więcej zwrotów powyżej średniej.

Tabela 1
Statystyki opisowe szeregów stóp zwrotu i wartość testu Jarque'a-Bera (JB) dla zbóż paszowych w okresie 11.01.2004–13.05.2012 roku oraz roślin strączkowych w okresie 1.02.2006–31.12.2010 roku

Towar	Pszenica paszowa	Żyto paszowe	Jęczmień paszowy	Kukurydza paszowa	Pszenżyto paszowe	Rośliny strączkowe *
Średnia	0,0007	0,0010	0,0011	0,0008	0,0011	0,0215
Mediana	0,0026	0,0026	0,0012	0,0028	0,0028	0,0227
Maksimum	0,1716	0,4911	0,1709	0,4584	0,1990	1,3896
Minimum	–0,2616	–0,3218	–0,2215	–0,4880	–0,3743	–1,4407
Odchylenie standardowe	0,0328	0,0656	0,0425	0,0500	0,0428	0,4678
Współczynnik zmienności [%]	5022,51	6677,75	4023,07	6466,58	3941,69	2173,97
Semiodchylenie standardowe ujemne	0,0257	0,0470	0,0307	0,0376	0,0330	0,3411
Semiodchylenie standardowe dodatnie	0,0204	0,0457	0,0294	0,0329	0,0273	0,3201
Odchylenie ćwiartkowe	0,0125	0,0281	0,0192	0,0132	0,0169	0,2302
Pozycyjny współczynnik zmienności pozycyjny [%]	480,54	1090,28	1597,05	468,95	613,28	1014,25
Skośność	–1,5855	0,2200	–0,3139	–0,7842	–1,5564	–0,2591
Kurtoza	14,3654	9,9674	3,5615	38,2826	16,3460	1,7889
Test JB	3829	1758	230	25983	4899	6,4630

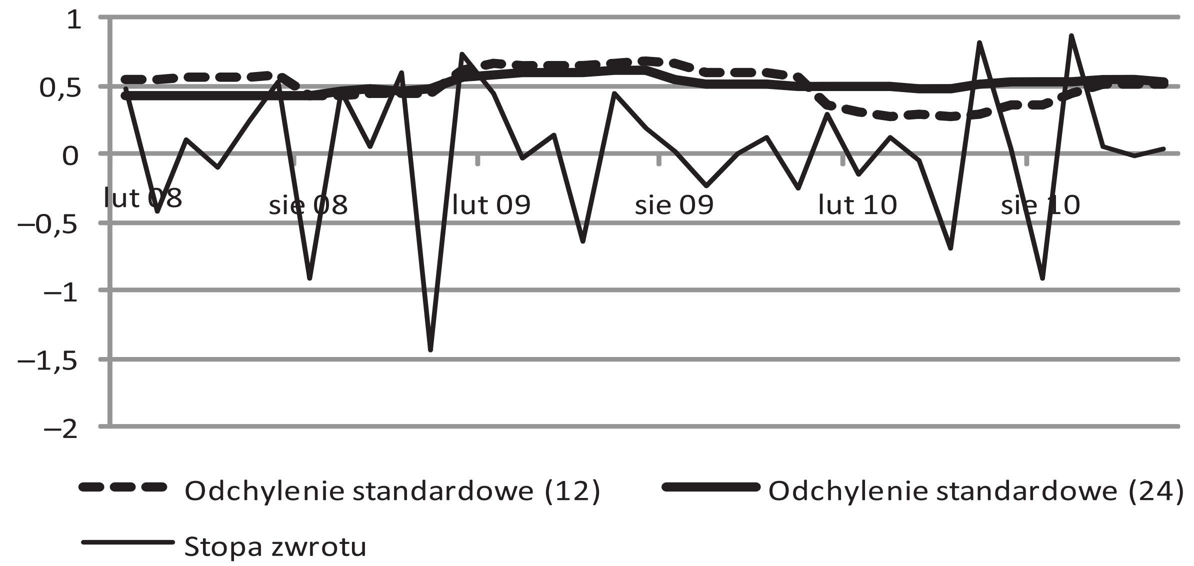
* Statystki stóp zwrotu roślin strączkowych nie są porównywalne ze statystykami stóp zwrotu zbóż, ponieważ są wyznaczane na podstawie danych zagregowanych dla innego okresu.

Źródło: Opracowanie własne.

Rozkłady stóp zwrotu zbóż mają charakter leptokurtyczny, co wynika z silnie podwyższonej kurtozy w stosunku do rozkładu normalnego, zwłaszcza obserwowane jest to w przypadku zwrotów cen kukurydzy. Wyższa kurtoza jest konsekwencją częstych, niewielkich co do wartości bezwzględnej zmian cen. Świadczy to także, że rozkłady stóp zwrotu zbóż charakteryzują się grubymi ogonami, a obrazuje to względnie częste występowanie ekstremalnych wartości w szeregach. Oznacza to, że rozkłady stóp zwrotów zbóż paszowych nie są rozkładami normalnymi. Odrzucenie hipotezy o normalności rozkładu stóp zwrotu zbóż dokonano na podstawie testu Jarque'a-Bera. Obliczone wartości statystyki testowej wyraźnie przekraczają wartość krytyczną, która dla poziomu istotności 0,05 wynosi 5,99, a dla poziomu istotności 0,01 osiąga wartość 9,21. W przypadku roślin strączkowych odrzucono hipotezę o normalności stóp zwrotu dla poziomu istotności 0,05, natomiast dla poziomu istotności 0,01 nie było podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności stóp zwrotu.

Otrzymane wyniki wskazują, że klasyczne miary zmienności nie są optymalne w przypadku zbóż paszowych i należy je uzupełnić o inne miary, natomiast mogą być stosowane dla roślin strączkowych. W związku z tym wyznaczono również pozycyjne miary zmienności – odchylenie ćwiartkowe i pozycyjny współczynnik zmienności. Biorąc pod uwagę pozycyjny współczynnik zmienności, można stwierdzić także bardzo dużą zmienność zwrotów – rozproszenie wokół mediany – wszystkich zbóż i roślin strączkowych, po pominięciu 25% największych i najmniejszych skrajnych obserwacji. Największą zmienność obserwujemy dla szeregu stóp zwrotu żyta i jęczmienia, a najmniejszą dla kukurydzy, co jest zgodne z zaobserwowanymi własnościami rozkładów stóp zwrotu.

Głównym problemem w klasycznym podejściu wyznaczania zmienności jest wybór długości przedziału czasowego, na podstawie którego szacuje się zmienność. Zmienność obliczoną za pomocą odchylenia standardowego dla zwrotów roślin strączkowych, na podstawie różnej długości okna obserwacji, przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1

Zmienność wyznaczona odchyleniem standardowym dla roślin strączkowych w okresie 1.02.2008–31.12.2010 roku

Źródło: Opracowanie własne.

Wyniki badań wskazują, że odchylenia standardowe zwrotów roślin strączkowych otrzymane dla dwuletniego okna obserwacji (24 obserwacje) nie zmieniają się gwałtownie. Z kolei dla okna 12 obserwacji oszacowane parametry zmienności nie są stabilne. Jednak ryzyko oszacowane na podstawie zbyt długiego okna obserwacji nie nadąża za zmiennością stóp zwrotu; jest zawyżone w okresach występujących po dużych wahaniach stóp zwrotu.

Uwzględniając sezonowość cen towarów rolnych opisano szeregi czasowe logarytmicznych przyrostów za pomocą modelu autoregresji i średniej ruchomej ze składnikami uwzględniającymi trend i wahania sezonowe dla zbóż paszowych. Z powodu zbyt krótkiego szeregu nie zastosowano tego modelu dla zwrotów roślin strączkowych [Box i Jenkins 1983]. Ponieważ szeregi nie wykazały istotnego trendu, uwzględniono tylko wpływ wahań sezonowych, a następnie oszacowano model ARMA(p, q) metodą największej wiarygodności. W doborze modelu kierowano się kryterium informacyjnym Akaike'a, uwzględniając tylko modele z istotnymi parametrami. Wyniki estymacji przedstawiono w tabeli 2.

Dla szeregów stóp zwrotu zbóż otrzymano odmienne modele. Różnią się one postacią analityczną i wartościami parametrów. Na podstawie testu Ljunga-Boxa i funkcji autokorelacji [zob. Tsay 2005] zaobserwowano, że reszty wyznaczonych modeli charakteryzują się barakiem autokorelacji. Analizując kwadraty reszt za pomocą testu Engle'a – LM ARCH test [zob. Tsay 2005] stwierdzono występowanie efektu ARCH, czyli autokorelacji kwadratów stóp zwrotu w przypadku wszystkich zbóż, oprócz kukurydzy. W przypadku kukurydzy efekt ARCH i autokorelacja składnika resztowego stóp zwrotu nie występuje do 26. opóźnienia, pojawia się przy 27. W przypadku kukurydzy, w celu polepszenia własności modelu, można usunąć wpływ nietypowych obserwacji, wiąże się to jednak z nieuwzględnieniem tego typu wahań zwrotów przy ocenie ryzyka. Na podstawie testu Jarque'a-Bera odrzucono hipotezę o normalności rozkładu składników resztowych.

Statystyki opisowe składników resztowych zamieszczono w tabeli 3. Odchylenie standardowe składników resztowych (stochastycznych składników stóp zwrotu) uległo zmniejszeniu w stosunku do zmienności stóp zwrotu o około 10%, najmniej w przypadku jęczmienia o 0,32 p.p. (do 3,93%) i najwięcej o 0,44 p.p. w przypadku kukurydzy (do 4,54%). Jednak analizując współczynnik zmienności, nadal widoczne jest duże rozproszenie stochastycznych składników. Składniki resztowe charakteryzują się leptokurtycznością i słabą, na ogół ujemną skośnością. Wynika stąd, że uwzględnienie deterministycznych zależności w szeregach stóp zwrotu za pomocą modelu ARMAX wpłynęło na zmniejszenie ryzyka, ale należy zwrócić uwagę na fakt, że reszty nie mają rozkładu normalnego oraz kwadraty reszt wskazują na heteroskedastyczność wariancji.

Tabela 2
Wyniki estymacji modeli ARMAX dla stóp zwrotu zbóż paszowych w okresie 11.01.2004–
–13.05.2012 roku

Towar	Model	Parametr	Ocena parametru	Błąd standardowy	*t* wartość
Pszenica paszowa	ARMAX(3, 0)	d30	–0,0693	0,0154	–4,49
		d31	–0,0426	0,0154	–2,76
		ar1	0,1233	0,0473	2,61
		ar2	0,1734	0,0469	3,70
		ar3	0,1581	0,0473	3,34
Żyto paszowe	ARMAX(2, 1)	d8	–0,0729	0,0321	–2,27
		d26	–0,0757	0,0331	–2,29
		d29	–0,0772	0,0331	–2,34
		d30	–0,1487	0,0331	–4,50
		d31	–0,0830	0,0331	–2,51
		ar1	0,7344	0,0514	14,28
		ar2	0,2535	0,0469	5,40
		ma1	–0,9677	0,0265	–36,54
Jęczmień paszowy	ARMAX(1, 2)	d27	–0,0664	0,0210	–3,16
		d28	–0,0495	0,0210	–2,35
		ar1	0,8871	0,0554	16,02
		ma1	–1,1568	0,0652	–17,75
		ma2	0,3309	0,0485	6,83
Kukurydza* paszowa	ARMAX(1, 2)	ar1	0,7372	0,0992	7,43
		ma1	–0,8339	0,1037	–8,04
		ma2	0,2494	0,0464	5,37
Pszenżyto** paszowe	ARMAX(1, 3)	ar1	0,9926	0,008	0,008
		ma1	–1,0745	0,0496	–0,0496
		ma2	0,2412	0,0742	0,0742
		ma3	–0,109	0,0516	–0,0516

* Nie podano uwzględnionych w modelu oszacowań dla wahań sezonowych: stała, d1-d25, d27-d34, d36, d42, d43, d45-d51.

** Nie podano uwzględnionych w modelu oszacowań dla wahań sezonowych: d8, d9, d11, d14, d18, d22, d24, d26-d31, d41, d43; ari oznacza φ_i , mai – θ_i.

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela 3

Statystyki opisowe szeregów składników resztowych modeli ARMAX oszacowanych dla zbóż paszowych i wartość testu Jarque'a-Bera w okresie 11.01.2004–13.05.2012 roku

Towar	Pszenica paszowa	Żyto paszowe	Jęczmień paszowy	Kukurydza paszowa	Pszenżyto paszowe
Średnia	0,0015	0,0041	0,0021	0,0067	0,0024
Mediana	0,0019	0,0018	0,0013	0,0035	0,0011
Odchylenie standardowe	0,0290	0,0623	0,0393	0,0456	0,0395
Współczynnik zmienności [%]	1970,22	1520,92	1870,52	680,05	1640,76
Semiodchylenie standardowe ujemne	0,0212	0,0422	0,0277	0,0325	0,0276
Semiodchylenie standardowe dodatnie	0,0198	0,0458	0,0279	0,0320	0,0283
Odchylenie ćwiartkowe	0,0113	0,0288	0,0191	0,0175	0,0191
Pozycyjny współczynnik zmienności pozycyjny [%]	601,76	1641,03	1418,48	492,64	1725,76
Skośność	–0,5616	0,5614	–0,0524	–-0,6299	–0,2614
Kurtoza	10,7773	6,7124	2,3978	32,5732	7,3174
Test JB	2075	817	101	18805	950

Źródło: Opracowanie własne.

Dla modeli ARMAX pszenicy, żyta, jęczmienia i pszenżyta podjęto próbę dobrania odpowiedniego modelu wariancji heteroskedastycznych reszt. Metodą największej wiarygodności oszacowano modele GARCH(1, 1), zwiększenie rzędu modeli nie poprawiło jakości dopasowania modeli do danych, natomiast parametry tych modeli nie były statystycznie istotne. Oszacowane modele GARCH(1, 1) przedstawiono w tabeli 4.

Wszystkie parametry oszacowanych modeli są dodatnie i statystycznie istotne, spełniają także warunek $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. Ostatni warunek oznacza stacjonarnaość.

Tabela 4
Wyniki estymacji modeli GARCH dla składników resztowych modeli ARMAX oszacowanych dla stóp zwrotu zbóż paszowych w okresie 11.01.2004–13.05.2012 roku

Towar	Model	Parametr	Ocena parametru	Błąd standardowy	*t* wartość
Pszenica paszowa	GARCH(1,1)	ω	0,000226	0,0001	4,05
		α_1	0,6221	0,1572	3,96
		β_1	0,3165	0,0902	3,51
Żyto paszowe	GARCH(1,1)	ω	0,000229	0,0001	2,81
		α_1	0,3293	0,3293	5,49
		β_1	0,6575	0,0423	15,54
Jęczmień paszowy	GARCH(1, 1)	ω	0,0001623	0,0001	2,21
		α_1	0,3932	0,1127	3,49
		β_1	0,5913	0,0894	6,62
Pszenżyto paszowe	GARCH(1,1)	ω	0,000511	0,0001	4,653
		α_1	0,6018	0,1645	3,659
		β_1	0,2539	0,1043	2,434

Źródło: Opracowanie własne.

Ponieważ suma $\alpha_1 + \beta_1$ jest bliska jedności, dlatego zaburzenia jakim podlega wariancja wywierają na nią stały wpływ – efekt długiej pamięci. Analizując reszty modelu GARCH stwierdzono, że są niezależne, nie zaobserwowano także występowania efektu ARCH. Odrzucono natomiast hipotezę o normalności rozkładów reszt. Wskazuje to na konieczność podjęcia dalszych badań i wykorzystania innych nieliniowych modeli warunkowej heteroskedastyczności, szczególnie uwzględniających efekt długiej pamięci modeli FIGARCH lub modeli zmienności stochastycznej.

Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych badań wskazują na dużą zmienność stóp zwrotu wszystkich zbóż. Największą zmienność mierzoną za pomocą współczynnika zmienności odnotowano na rynku kukurydzy i żyta, a najmniejszą na rynku roślin strączkowych. W przypadku wszystkich towarów obserwujemy większe przeciętne ujemne odchylenia zwrotów niż dodatnie od średniego zwrotu. Rozkłady stóp zwrotu zbóż mają charakter leptokurtyczny i grube ogony, natomiast rozkład stóp zwrotu roślin strączkowych nie różni się znacznie od rozkładu normalnego. Oznacza to, że klasyczne miary zmienności nie odzwierciedlają w pełni ryzyka cenowego w przypadku zbóż paszowych i należy je uzupełnić o inne miary, natomiast mogą one być stosowane dla roślin strączkowych.

W związku z obserwowaną dużą zmiennością, szczególnie ważny jest wybór właściwej metody jej pomiaru oraz długość przedziału czasowego, który należy uwzględnić. Wykorzystanie dłuższego okresu danych daje stabilniejsze oszacowania zmienności, które są mniej wrażliwe na bieżące zmiany warunków rynkowych. Liczba obserwacji nie może jednak być zbyt duża, gdyż może prowadzić do niewłaściwego szacunku zmienności.

Wykorzystanie modeli autoregresji i średniej ruchomej ze składnikami uwzględniającymi wahania sezonowe do opisu stóp zwrotu zbóż paszowych, pozwala na wyeliminowanie deterministycznych składowych z ich szeregów i szacowanie zmienności tylko stochastycznych składowych. Zmienność stóp zwrotu mierzona odchyleniem standardowym po wyeliminowaniu prognozowalnych zależności liniowych w tych szeregach uległo zmniejszeniu o około 10%. Stwierdzono występowanie zjawiska heteroskedastyczności wariancji stochastycznych składowych zwrotów pszenicy, żyta, jęczmienia i pszenżyta. Nie znaleziono odpowiedniego modelu wariancji heteroskedastycznych dla wszystkich analizowanych zbóż. Heteroskedastyczność wariancji oznacza, że zmienność stóp zwrotu zbóż zmienia się w czasie i stosowanie najpopularniejszych klasycznych miar zmienności – wariancji, odchylenia standardowego – może prowadzić do niewłaściwej oceny ryzyka cenowego. Wskazuje to na konieczność podjęcia dalszych badań i wykorzystania innych nieliniowych modeli warunkowej heteroskedastyczności, szczególnie uwzględniających efekt długiej pamięci modeli FIGARCH.

Literatura

ALEXANDER C.: *Risc management and analysis*. John Wiley & Sons, London 1996.

BOLLERSLEV T.: *Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity.* Journal of Econometrics 31, 1986, s. 307–327.

BORKOWSKI B., KRAWIEC M.: *Ryzyko cenowe na rynku surowców rolnych.* [w:] *Zarządzanie ryzykiem cenowym a możliwość stabilizowania dochodów producentów rolnych – aspekty poznawcze i aplikacyjne.* Hamulczuk M., Stańko S. (red.), IERiGŻ-PIB, 2009, s. 47–81.

BOX G.E.P., JENKINS G.M., *Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie*. PWN, Warszawa 1983.

BURACZEWSKI S., ZIOŁECKA A.: *Podstawy żywienia zwierząt i paszoznawstwo – praca zbiorowa*. Omnitech Press. Warszawa 1991.
DOMAN M., DOMAN R.: *Ekonometryczne modelowanie dynamiki polskiego rynku finansowego.* AEP, Poznań 2004.
DOMAN M., DOMAN R.: *Modelowanie zmienności i ryzyka*. Oficyna Wolters Kluwer, Kraków 2009.
DOWD K.: *Measuring Market Risk*. John Willey & Sons Ltd, West Sussex 2005.
ENGLE R. F.: *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation.* Econometrica 50, 1982, s. 987–1008.
FIGIEL SZ., HAMULCZUK M.: *Measuring price in commodity markets.* Olsztyn Economic Journal 5(2), Olsztyn 2010, s. 380–394.
HAMULCZUK M., KLIMKOWSKI C.: *Zmienność cen pszenicy w Unii Europejskiej*. [w:] *Problemy rolnictwa światowego*. Szoege H.M. (red.), Tom 11, Zeszyt 4, Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2011, s. 77–88.
HAUG E.G.: *Option pricing formulas*. McGraw-Hill, New York 2007.
JAJUGA K.: *Miary ryzyka rynkowego – część pierwsza*. Rynek terminowy 6, 1999, s. 67–69.
JAJUGA K.: *Miary ryzyka rynkowego – część druga*. Rynek terminowy 7, 2000a, s. 115––121.
JAJUGA K.: *Miary ryzyka rynkowego – część trzecia*. Rynek terminowy 8, 2000b, s. 112––117.
JAJUGA K.: *Zarządzanie ryzykiem.* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
KUFEL T.: *Ekonometryczna analiza cykliczności procesów gospodarczych o wysokiej częstotliwości obserwowania.* Wydawnictwo UMK, Toruń 2010.
KRONER K., KNEAFSEY K.P., CLAESSENS S.: *Forecasting volatility in commodity markets.* Journal of Forecasting 14, 1995, s. 77–95.
TRZPIOT G. (red.): *Wielowymiarowe metody statystyczne w analizie ryzyka inwestycyjnego.* PWE, Warszawa 2010.
TSAY R.: *Analysis of financial time series*, Wiley Interscience, New Jersey 2005.
RiskMetrics – Technical document. www.riskmetrics.com.

Measurement of Price Volatility of Feed Grains and Legumes

Abstract

Observed in recent years, increased volatility of agricultural products prices caused greater exposure market participants on the market risk. The main goal of this article is to take the test of estimating volatility of price returns on the feed grain and legumes market. Material of the research was the time series of weekly price returns for feed grain in the period 11.01.2004–13.05.2012 and the monthly price returns of legumes in the period 1.02.2006–31.12.2010. For estimating the

volatility of price returns were used: classic and positional measures of volatility and ARMAX, GARCH models. The results of the study showed large volatility on the cereals market and that predictable and unpredictable components of the price series, which should be distinguished to properly evaluate real risk exposure. Due to lack of uniform legumes prices and observed property of price returns, for estimating volatility of legumes prices can be used classical method.