

**Ewa Wasilewska**

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i MSG SGGW

**Marcin Dudziński**

Katedra Zastosowań Matematyki SGGW

## **Zastosowanie metody eliminacji wektorów w analizie zmian struktury rynku pracy**

### **Wprowadzenie**

Zmiany dokonujące się na współczesnym rynku pracy oraz ich ekonomiczne i społeczne skutki sprawiają, że rynek pracy staje się coraz ważniejszym czynnikiem rozwoju społecznego. Strukturalny deficyt miejsc pracy, rosnąca konkurencyjność, zmiany organizacji pracy, jej charakteru, a zwłaszcza niestabilność zatrudnienia stają się czynnikami, które w zasadniczy sposób determinują ubóstwo i przyczyniają się do wzrostu nierówności ekonomicznych i społecznych [Panek 2007]. Dlatego też w analizach rynku pracy prowadzonych z perspektywy jego znaczenia dla warunków życia ludności i rozwoju społecznego istotny nacisk kładziony jest na stopień zaangażowania ludności na rynku pracy i jego zróżnicowanie.

Rynek pracy stanowi obecnie przedmiot wielu analiz teoretycznych i badań empirycznych. Nadal mało mamy informacji o dokonujących się na nim procesach, uwarunkowaniach wewnętrznych i zewnętrznych oraz zjawiskach gospodarczych, demograficznych i społecznych [Hybel 2000].

Pojęcie rynku pracy rozumiane jest wielorako. Najogólniej, rynek pracy określany jest jako obszar działania, na którym dochodzi do konfrontacji wolnych zasobów siły roboczej z ofertą miejsc pracy [Malina 2008]. Według Nowej Encyklopedii PWN [2004] rynek pracy to ogół form i procesów zatrudniania pracowników przez pracodawców, a także ogół instytucji, uwarunkowań oraz czynników negocjacji warunków zatrudnienia, pracy i płac. Takie rozumienie rynku pracy jest ujęciem najszerszym. Obok tego podejścia, w literaturze przedmiotu spotkać można definicje charakteryzujące rynek pracy w sposób węższy, bardziej szczegółowy. Są nimi takie określenia, jak np.: praca, siła robocza, potencjał pracy, popyt i podaż pracy, bezrobocie, zasoby pracy, aktywność ekonomiczna ludności [Malina 2008]. W niniejszym opracowaniu pojęcie rynku pracy rozumiane będzie jako aktywność ekonomiczna ludności.

Jednym z głównych źródeł zasilania zintegrowanego systemu informacji o rynku pracy jest reprezentacyjne Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL), które zostało wprowadzone do praktyki GUS w maju 1992 roku. Zgodnie z międzynarodowymi standardami, przez aktywność ekonomiczną rozumie się aktywność zawodową lub bierność zawodową<sup>1</sup>. Metodologia stosowana w ramach badania aktywności ekonomicznej dostarcza definicji pojęć, które są niezbędne w analizie rynku pracy<sup>2</sup>. Zgodnie z tą metodologią, problem aktywności ekonomicznej odnosi się do osób w wieku 15 i więcej lat, przy czym młodzież uczącą się zalicza się do grupy aktywnych zawodowo. Tak więc w badaniach aktywności ekonomicznej, wśród ludności w wieku 15 lat i więcej wyodrębnia się dwie podstawowe grupy: osób aktywnych (tworzoną przez pracujących i bezrobotnych) oraz biernych zawodowo. Z kolei w kategorii osób pracujących wydziela się osoby pracujące w pełnym wymiarze godzin pracy oraz niepełnozatrudnionych. Do bezrobotnych zalicza się osoby, które nie są pracujące, ale aktywnie poszukują pracy, a ponadto są gotowe podjąć pracę w ciągu dwóch tygodni. Natomiast ludność bierną zawodowo (tj. pozostającą poza siłą roboczą) stanowią osoby, które nie zostały zaklasyfikowane jako pracujące lub bezrobotne.

Celem opracowania jest określenie zmian struktury aktywności ekonomicznej ludności, a w szczególności podział rozważanego okresu czasowego na takie podokresy, które cechują się podobieństwem struktury analizowanego zjawiska. Tego rodzaju periodyzacja na wewnętrznie jednorodne, ze względu na strukturę aktywności ekonomicznej ludności podokresy, zostanie dokonana przy użyciu metody eliminacji wektorów [Chomątkowski, Sokołowski 1978]. Metoda ta znajduje duże zastosowanie w badaniu zróżnicowania struktury zjawisk społecznych i gospodarczych, a w szczególności w zagadnieniach periodyzacji [Kukuła 1996, Kosowski 2007, Bożek 2008, Strojny 2008]. Interpretacja wyników uzyskanych na podstawie przeprowadzonych periodyzacji potwierdza przydatność tej metody. Wyodrębnionymi składnikami badanej struktury są cztery kategorie osób: osoby pracujące w pełnym wymiarze godzin pracy, osoby niepełnozatrudnione, osoby bezrobotne oraz bierne zawodowo. Przez strukturę aktywności ekonomicznej rozumie się strukturę udziałów liczebności poszczególnych kategorii osób w ogólnej liczebności populacji. Analizowaną populacją jest zbiorowość ludności w wieku 15 i więcej lat.

Analizę przemian w strukturze aktywności ekonomicznej ludności w Polsce oparto na danych uzyskanych z reprezentacyjnego Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL). Okres analizy obejmuje lata 1993–2008.

---

<sup>1</sup>Definicja Urzędu Statystycznego Wspólnot Europejskich (EUROSTATu).

<sup>2</sup>Por. Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności, GUS.

Ze względu na wahania sezonowe wartości miar charakteryzujących aktywność zawodową w poszczególnych kwartałach, do analiz zmian struktury rynku pracy w czasie należy wykorzystywać miary pochodzące z jednoimiennych okresów (ew. współczynniki oczyszczone z wahań sezonowych), co czyni je porównywalnymi. W opracowaniu dane charakteryzujące badane zjawisko pochodzą z pierwszych kwartałów poszczególnych lat.

## Metoda badań

Badanie struktur różnego rodzaju zjawisk społecznych i gospodarczych jest ważnym elementem służącym ocenie prawidłowości rozwoju społeczno-ekonomicznego. Jednym z zagadnień w tego typu badaniach jest wyodrębnianie ze zbiorowości grup obiektów, które charakteryzują się podobną strukturą analizowanego zjawiska. Obiektami podlegającymi klasyfikacji wynikającej z celu badania mogą być kraje, województwa, gminy, branże, przedsiębiorstwa czy gospodarstwa domowe. W szczególności mogą nimi być też okresy lub momenty w czasie. W sytuacji, gdy klasyfikowanymi obiektami są jednostki czasu (np. lata), wówczas problem grupowania obiektów ze względu na strukturę interesującego zjawiska sprowadza się do zagadnienia periodyzacji, czyli podziału badanego okresu na takie podokresy, które charakteryzują się względnie podobną strukturą tego zjawiska. Podział zbioru obiektów ze względu na podobieństwo struktury może zostać zrealizowany za pomocą jednej z wielu metod taksonomicznych. Jedną z nich jest metoda eliminacji wektorów, opracowana przez Chomątowskiego i Sokołowskiego [Chomątowski, Sokołowski 1978]. Zaletą tej metody jest łatwość obliczeń i możliwość dokonania wszechstronnej analizy merytorycznej rozpatrywanego zjawiska. Przy stosowaniu metody eliminacji wektorów można w arbitralny sposób wpływać na liczbę wydzielonych podokresów, w zależności od przyjętego z góry progowego poziomu zróżnicowania struktur. Ponadto możliwa jest weryfikacja dokonanego podziału poprzez wyznaczenie średnich miar braku podobieństwa struktur badanego zjawiska w wyodrębnionych podokresach, a następnie porównanie ich z wartością progową.

W stosowaniu metod taksonomicznych do klasyfikacji obiektów punktem wyjścia jest wyznaczenie odległości między poszczególnymi obiektami. W przypadku stosowania tych metod do grupowania obiektów ze względu na ich strukturę, rolę odległości spełniają odpowiednie miary podobieństwa lub zróżnicowania struktur. Pozwalają one określić, w jakim stopniu struktury zjawiska w porównywanych obiektach są do siebie podobne, bądź w jakim stopniu różnią się one między sobą. Jedną z najczęściej stosowanych miar podobieństwa dwóch struktur jest miara oparta na wskaźniku podobieństwa zbiorów Renkonena.

W przypadku porównywania struktur dwóch okresów (momentów czasowych) można ją przedstawić następująco:

$$p_{ij} = \sum_{k=1}^r \min(w_{ik}, w_{jk}) \quad (1)$$

gdzie:

$p_{ij}$  jest miarą podobieństwa struktur w dwóch okresach:  $i$  oraz  $j$ , przy czym  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ,

$w_{ik}$  jest udziałem  $k$ -tego składnika w strukturze w okresie  $i$ ,

$w_{jk}$  jest udziałem  $k$ -tego składnika w strukturze w okresie  $j$ , przy czym  $k = 1, 2, \dots, r$ .

Mamy przy tym:  $p_{ij} = p_{ji}$  oraz  $p_{ii} = 1$

Miara  $p_{ij}$  podobieństwa struktur w dwóch okresach charakteryzuje się następującymi własnościami:

1. Jest miarą unormowaną, tj. przyjmuje wartości z przedziału  $[0, 1]$ .
2. Przyjmuje wartość 0 w przypadku całkowitego braku podobieństwa porównywanych struktur.
3. Przyjmuje wartość 1 w przypadku całkowitej zgodności badanych struktur.
4. Przyjmuje wartości tym większe, im bardziej podobne są do siebie struktury w porównywanych okresach.
5. Przyjmuje wartości tym mniejsze, im bardziej różnią się od siebie struktury w porównywanych okresach.

Tak więc, dla wszystkich par  $n$  obiektów otrzymamy  $(p \times p)$  wymiarową macierz miar podobieństwa:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

Zastosowanie algorytmu eliminacji wektorów do podziału zbioru obiektów na jednorodnie grupy wymaga znajomości miar braku podobieństwa między strukturami tych obiektów. Można ją zdefiniować następująco:

$$q_{ij} = 1 - p_{ij} = 1 - \sum_{k=1}^r \min(w_{ik}, w_{jk}) \quad (2)$$

Uzyskujemy w ten sposób  $(p \times p)$  wymiarową macierz miar braku podobieństwa (macierz różnicowania struktur):

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{bmatrix}$$

Macierz ta jest symetryczna, tj.  $q_{ij} = q_{ji}$ , a jej elementy diagonalne równe są 0, tzn.  $q_{ii} = 0$ .

Własności miary  $q_{ij}$  braku podobieństwa dwóch struktur można przedstawić następująco:

1. Przyjmuje wartości z przedziału  $[0, 1]$ .
2. Przyjmuje wartość 0 w przypadku, gdy struktury porównywanych obiektów są identyczne.
3. Przyjmuje wartość 1, gdy występuje całkowity brak podobieństwa między strukturami.
4. Przyjmuje wartości tym większe, im bardziej różnią się od siebie struktury badanych obiektów.
5. Przyjmuje wartości tym mniejsze, im mniej różnią się od siebie struktury badanych obiektów.

Po wyznaczeniu macierzy miar braku podobieństwa  $Q$ , konieczne jest ustalenie progowej wartości zróżnicowania struktur, zwanej inaczej krytycznym poziomem podobieństwa i oznaczanym zazwyczaj przez  $\varepsilon$ . Wartość  $\varepsilon$  zadaje się często arbitralnie lub wyznacza na podstawie danych empirycznych [Kukuła 1975]. Jednym ze sposobów ustalania progowej wartości zróżnicowania na podstawie danych empirycznych jest przyjęcie jej na poziomie średniej arytmetycznej elementów niediagonalnych (tj. leżących poza główną przekątną) macierzy miar braku podobieństwa  $Q$ . Elementy diagonalne pomija się, gdyż wszystkie one w macierzy  $Q$  ze względu na jej strukturę równają się zeru. Wówczas wartość  $\varepsilon$  wynosi według wzoru:

$$\varepsilon = \frac{2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n q_{ij}}{n(n-1)} \quad (3)$$

gdzie  $q_{ij}$  – odpowiednie elementy macierzy  $Q$ .

Macierz miar braku podobieństwa  $Q$ , utworzoną w pierwszym etapie, przekształcamy w nową macierz  $Q_1$ , której elementy otrzymujemy, postępując według schematu:

$$q_{1,ij} = \begin{cases} 0, & \text{gdy } q_{ij} < \varepsilon \\ 1, & \text{gdy } q_{ij} \geq \varepsilon \end{cases} \quad (4)$$

gdzie  $\varepsilon$  jest progową wartością zróżnicowania struktur.

Po zbudowaniu macierzy  $Q_1$ , wyznaczamy wektor kolumnowy  $q_0$  ze wzoru:  $q_0 = Q_1 \cdot 1$ , gdzie  $1$  jest wektorem kolumnowym o  $n$  składowych równych jednościami. Z konstrukcji  $q_0$  wynika, że  $i$ -ta współrzędna tego wektora jest sumą elementów  $i$ -tego wiersza macierzy  $Q_1$ . Po utworzeniu wektora  $q_0$  znajdujemy największą wartość jego współrzędnej. Po ustaleniu numeru maksymalnej współrzędnej wektora  $q_0$ , zastępujemy w macierzy  $Q_1$  wiersz i kolumnę o tym numerze wierszem i kolumną zer. Wyeliminowane w taki sposób wiersz i kolumna wskazują moment czasowy, który jest (w sensie struktury analizowanego zjawiska) niepodobny (na poziomie  $\varepsilon$ ) do największej liczby innych momentów czasowych. W sytuacji, gdy więcej niż jedna współrzędna wektora  $q_0$  jest wartością maksymalną, to przy wyborze wiersza i kolumny do eliminacji z macierzy  $Q_1$ , można posłużyć się jednym z kilku kryteriów pomocniczych. Jako wiersz i kolumnę do eliminacji wybierano w takim przypadku te o maksymalnej wartości sumy swych elementów.

W dalszych rozważaniach wykorzystujemy już przekształconą postać macierzy  $Q_1$ , tzn. macierz zer i jedynek, powstałą w drodze opisanej uprzednio eliminacji odpowiedniego wiersza i kolumny macierzy  $Q_1$ . Postępujemy teraz podobnie jak wcześniej – przekształconą postać macierzy  $Q_1$  mnożymy przez wektor kolumnowy jedynek  $1$ , a następnie, znajdujemy w wektorze kolumnowym  $q_0$ , będącym wynikiem tego mnożenia, współrzędną o największej wartości. Numer tej współrzędnej jest numerem wiersza i kolumny o maksymalnej sumie elementów spośród wszystkich wierszy i kolumn przekształconej macierzy  $Q_1$ . Po ustaleniu tego wiersza i kolumny, dokonujemy ich eliminacji, zastępując je wierszem i kolumną zer. W ten sposób otrzymujemy kolejne przekształcenie macierzy  $Q_1$ . Na nowej formie macierzy  $Q_1$  dokonujemy następnie operacji identycznych do przeprowadzonych wcześniej, aż do momentu, gdy wszystkie składowe wektora  $q_0$  wyniosą  $0$ .

Obiekty lub jednostki czasu odpowiadające wierszom, które pozostały po przekształceniu macierzy  $Q_1$  do macierzy zerowej, tworzą pierwszą podgrupę obiektów (pierwszy podokres) o podobnej strukturze badanego zjawiska.

Po wyodrębnieniu pierwszej podgrupy obiektów lub momentów czasowych, tworzy się z macierzy  $Q_1$  macierz miar braku podobieństwa struktur dla obiektów lub momentów czasowych, wyeliminowanych wcześniej. Dalej, wykonując na elementach takiej podmacierzy macierzy  $Q_1$  operacje identyczne jak w poprzednim etapie, wyodrębnia się kolejną podgrupę obiektów lub jednostek

czasowych, charakteryzujących się podobieństwem swych struktur w sensie rozważanego zjawiska.

Opisane czynności powtarza się do chwili, gdy wszystkie przedmioty klasyfikacji zostaną pogrupowane.

## Wyniki badań

Strukturę aktywności ekonomicznej ludności Polski w latach 1993–2008 przedstawiono w tabeli 1. Ponadto przedstawiono mierniki charakteryzujące aktywność zawodową: współczynnik aktywności zawodowej, wskaźnik zatrudnienia oraz stopę bezrobocia. Udziały procentowe wyodrębnionych grup ludności w populacji ogółem zilustrowano w tabeli 2.

W 1993 roku liczba osób aktywnych zawodowo ukształtowała się na poziomie 17 308 tys. osób, natomiast biernych zawodowo było 11 083 tys. osób. Wśród osób aktywnych zawodowo, bezrobotnych było 2467 tys. osób, tj. 8,7%

**Tabela 1**

Aktywność ekonomiczna ludności Polski w latach 1993–2008

Lata	Ogółem	Pracujący w pełnym wymiarze	Pracujący w niepełnym wymiarze	Bezrobotni	Bierni zawodowo	Współczynnik aktywności zawodowej	Wskaźnik zatrudnienia	Stopa bezrobocia
1993	28 391	13 209	1 632	2 467	11 083	61,0	52,3	14,3
1994	28 006	12 787	1 560	2 719	10 940	60,9	51,2	15,9
1995	28 999	12 891	1 547	2 491	12 070	58,4	49,8	14,7
1996	29 204	12 973	1 508	2 349	12 374	57,6	49,6	14,0
1997	29 495	13 086	1 692	2 176	12 541	57,5	50,1	12,8
1998	29 806	13 494	1 621	1 896	12 795	57,1	50,7	11,1
1999	30 137	13 316	1 624	2 141	13 056	56,7	49,6	12,5
2000	30 487	12 776	1 543	2 880	13 288	56,4	47,0	16,7
2001	30 751	12 765	1 383	3 158	13 445	56,3	46,0	18,2
2002	30 970	12 183	1 514	3 480	13 793	55,5	44,2	20,3
2003	31 182	12 168	1 421	3 513	14 080	54,8	43,6	20,5
2004	31 054	12 038	1 427	3 509	14 080	54,7	43,4	20,7
2005	31 239	12 291	1 477	3 199	14 272	54,3	44,1	18,9
2006	31 375	12 658	1 440	2 701	14 576	53,5	44,9	16,1
2007	31 460	13 448	1 392	1 894	14 726	53,2	47,2	11,3
2008	31 424	14 134	1 381	1 361	14 548	53,7	49,4	8,1

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Aktywność Ekonomiczna Ludności Polski, lata 1993–2008. GUS.

**Tabela 2**

Struktura aktywności ekonomicznej ludności Polski w latach 1993–2008

Lata	Ogółem	Pracujący w pełnym wymiarze	Pracujący w niepełnym wymiarze	Bezrobotni	Bierni zawodowo
	%				
1993	100	46,6	5,7	8,7	39,0
1994	100	45,6	5,6	9,7	39,1
1995	100	44,5	5,3	8,6	41,6
1996	100	44,4	5,2	8,0	42,4
1997	100	44,4	5,7	7,4	42,5
1998	100	45,3	5,4	6,4	42,9
1999	100	44,2	5,4	7,1	43,3
2000	100	41,9	5,1	9,4	43,6
2001	100	41,5	4,5	10,3	43,7
2002	100	39,3	4,9	11,2	44,6
2003	100	39,0	4,6	11,3	45,1
2004	100	38,8	4,6	11,3	45,3
2005	100	39,4	4,7	10,2	45,7
2006	100	40,3	4,6	8,6	46,5
2007	100	42,7	4,4	6,0	46,9
2008	100	45,0	4,4	4,3	46,3

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: Aktywność Ekonomiczna Ludności Polski, lata 1993–2008. GUS.

ogółu społeczeństwa w wieku 15 i więcej lat. W całym badanym okresie stwierdzono utrzymującą się tendencję wzrostową liczby osób biernych zawodowo, do 14 548 tys. osób w 2008 roku, co stanowiło 46,3% ludności w wieku 15 i więcej lat. To negatywne zjawisko jest wynikiem postępującego procesu starzenia się społeczeństwa i związanej z tym bierności zawodowej osób w wieku przedemerytalnym. Zmiany demograficzne, będące skutkiem utrzymującej się od trzech dekad niskiej dzietności oraz postęp w wydłużeniu życia ludzkiego spowodowały znaczny wzrost liczby osób starszych i spadek liczebności roczników najmłodszych.

Liczba osób bezrobotnych ulegała w badanym okresie znacznym wahaniom. Najgorsze pod tym względem były lata 2000–2006, w których liczba tych osób zmieniała się w zakresie 2701–3513 tys. osób, co odpowiada udziałom od 8,6% do 11,3% ogólnej liczby siły roboczej. W przypadku osób pracujących, stwierdzono stosunkowo niewielkie wahania zarówno co do liczby, jak również udziału w strukturze. Najmniej osób pracujących (łącznie w pełnym i niepełnym wymiarze) stwierdzono w 2004 roku – 13 465 tys. osób (43,4% ogółu siły roboczej). Od 2005 roku zaobserwowano odwrócenie negatywnej tendencji w strukturze



zatrudnienia. W 2008 roku pracowało już 15 515 tys. osób, co stanowiło 49,4% ogółu ludności w wieku 15 i więcej lat.

Współczynnik aktywności zawodowej Polaków, charakteryzujący udział w społeczeństwie osób pracujących i chętnych do podjęcia pracy, systematycznie spadał. W 1993 roku współczynnik ten wynosił 61%, natomiast w 2008 roku już tylko 53,7%. Sytuacja taka jest bardzo niepokojąca, gdyż oznacza to, że blisko połowa osób w wieku 15 i więcej lat nie wykazuje zainteresowania podjęciem pracy, a dalsze pogłębianie się tego zjawiska może stać się w nieodległej perspektywie poważnym problemem. Biorąc pod uwagę naturalnie niską aktywność zawodową zarówno młodzieży uczącej się, jak i osób w wieku emerytalnym, można stwierdzić, że odsetek osób niezainteresowanych pracą jest dużo wyższy. Jednak nie tylko spadek potencjalnych zasobów pracy, ale przede wszystkim zaawansowanie procesu starzenia się społeczeństwa i wynikające z tego rosnące obciążenie ludności w wieku produkcyjnym osobami w wieku nieprodukcyjnym, stanowią główną przyczynę niepokoju.

Wskaźnik zatrudnienia, będący miarą zaangażowania ludności w procesie pracy, wykazywał w badanym okresie tendencję malejącą. W 2008 roku zmniejszył się o około 3 punkty procentowe w porównaniu z 1993 rokiem i wyniósł 53,7%. Znacznym wahaniom podlegała w badanym okresie stopa bezrobocia. W latach 2002–2004 osiągnęła ona rekordowo wysoki poziom, przekraczający 20%. Począwszy od 2005 roku zaznaczył się spadek stopy bezrobocia, która w 2008 roku wyniosła już tylko 8,1%.

Należy zaznaczyć, że miary przytoczone powyżej opisują jedynie ogólne trendy na rynku pracy. Tymczasem w Polsce obserwuje się wyraźne zróżnicowanie zatrudnienia i bezrobocia ze względu na wiele cech, takich jak płeć, wiek, wykształcenie,

Na podstawie informacji zawartych w tabelach 1 i 2 trudno jest jednoznacznie stwierdzić, które z badanych lat charakteryzują się zbliżoną strukturą aktywności ekonomicznej oraz w jakim stopniu struktury te pokrywają się. Dzięki odpowiednim wskaźnikom podobieństwa struktury ocena taka jest możliwa. W konsekwencji, dzięki zastosowaniu jednej z licznych procedur taksonomicznych, możliwe jest dokonanie podziału badanego okresu na okresy charakteryzujące się podobieństwem struktury aktywności ekonomicznej. Miary podobieństwa  $p_{ij}$  dla wszystkich par lat obliczono na podstawie wzoru (1). Następnie zbudowano macierz miar podobieństwa struktury  $P$ , której elementami są wyznaczone miary  $p_{ij}$ . Macierz ta jest macierzą kwadratową o wymiarach  $16 \times 16$  (gdyż analizowany jest okres szesnastoletni). Przedstawiono ją w tabeli 3. W poszczególnych latach zaznaczyły się stosunkowo niewielkie zmiany struktury aktywności ekonomicznej. Miara podobieństwa oscylowała w badanym okresie między 0,911 a 0,998. Najmniej zbliżone były struktury aktywności ekonomicznej lat

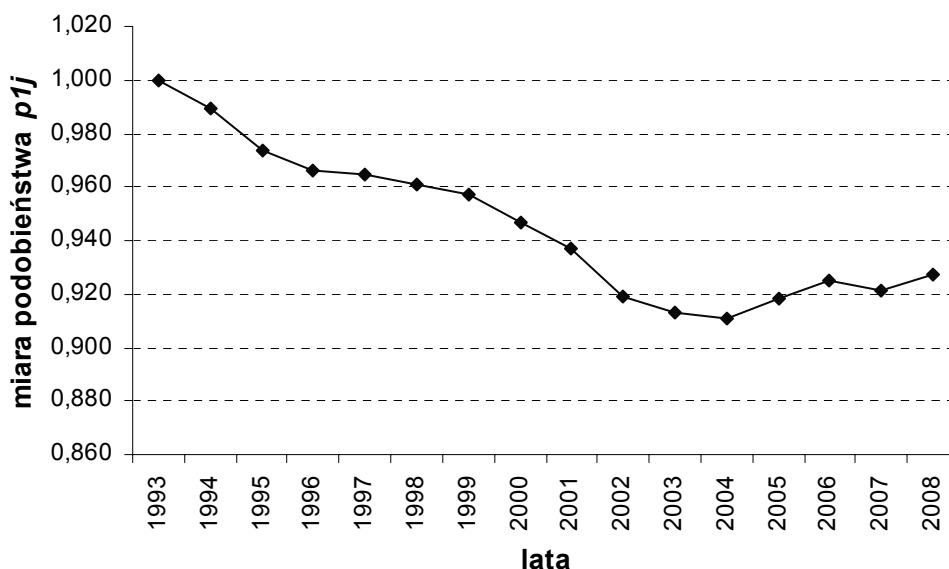
**Tabela 3**

Macierz miar podobieństwa struktury aktywności ekonomicznej ludności

P <sub>ij</sub>	Lata															
	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
1993	1,000	0,989	0,974	0,966	0,965	0,961	0,957	0,947	0,937	0,919	0,913	0,911	0,918	0,925	0,921	0,927
1994	0,989	1,000	0,975	0,967	0,965	0,962	0,958	0,955	0,948	0,930	0,924	0,922	0,929	0,926	0,922	0,928
1995	0,974	0,975	1,000	0,992	0,987	0,978	0,982	0,972	0,962	0,944	0,938	0,936	0,943	0,951	0,947	0,948
1996	0,966	0,967	0,992	1,000	0,994	0,984	0,989	0,974	0,964	0,946	0,940	0,938	0,945	0,953	0,955	0,955
1997	0,965	0,965	0,987	0,994	1,000	0,987	0,992	0,969	0,959	0,941	0,935	0,933	0,940	0,948	0,956	0,956
1998	0,961	0,962	0,978	0,984	0,987	1,000	0,989	0,963	0,953	0,935	0,929	0,927	0,934	0,942	0,960	0,966
1999	0,957	0,958	0,982	0,989	0,992	0,989	1,000	0,974	0,964	0,946	0,940	0,938	0,945	0,953	0,964	0,962
2000	0,947	0,955	0,972	0,974	0,969	0,963	0,974	1,000	0,990	0,972	0,966	0,964	0,971	0,971	0,959	0,942
2001	0,937	0,948	0,962	0,964	0,959	0,953	0,964	0,990	1,000	0,978	0,975	0,973	0,978	0,971	0,956	0,939
2002	0,919	0,930	0,944	0,946	0,941	0,935	0,946	0,972	0,978	1,000	0,994	0,992	0,988	0,971	0,943	0,926
2003	0,913	0,924	0,938	0,940	0,935	0,929	0,940	0,966	0,975	0,994	1,000	0,998	0,989	0,973	0,945	0,928
2004	0,911	0,922	0,936	0,938	0,933	0,927	0,938	0,964	0,973	0,992	0,998	1,000	0,989	0,973	0,945	0,928
2005	0,918	0,929	0,943	0,945	0,940	0,934	0,945	0,971	0,978	0,988	0,989	0,989	1,000	0,983	0,955	0,938
2006	0,925	0,926	0,951	0,953	0,948	0,942	0,953	0,971	0,971	0,971	0,973	0,973	0,983	1,000	0,972	0,953
2007	0,921	0,922	0,947	0,955	0,956	0,960	0,964	0,959	0,956	0,943	0,945	0,945	0,955	0,972	1,000	0,977
2008	0,927	0,928	0,948	0,955	0,956	0,966	0,962	0,942	0,939	0,926	0,928	0,928	0,938	0,953	0,977	1,000

Źródło: Obliczenia własne.

1993 i 2004, natomiast największe podobieństwo występowało między strukturami aktywności ekonomicznej lat 2003 i 2004. Przy przyjęciu za bazę porównań 1993 roku stwierdzono, że w początkowym okresie (do 2001 roku) struktura aktywności ekonomicznej w poszczególnych latach coraz bardziej odbiegała od struktury roku bazowego. Natomiast w latach kolejnych (2001–2008) ustabilizowała się na zbliżonym poziomie, kształtując się w zakresie 0,937–0,911. Średni poziom miary podobieństwa w tym okresie wyniósł około 0,92. Zmiany wielkości  $p_{1j}$  (gdzie indeks „1” symbolizuje 1993 rok) przedstawiono na rys. 1.



**Rysunek 1**

Miara podobieństwa struktury aktywności ekonomicznej w poszczególnych latach w ujęciu jednopodstawowym (rok bazowy – 1993)

Źródło: Obliczenia własne.

Obserwacja elementów macierzy  $P$  nie pozwala w sposób jednoznaczny określić, które lata można uznać za podobne ze względu na strukturę analizowanego zjawiska, a które za istotnie różne. Precyzyjne określenie tego podobieństwa, prowadzące do podziału badanego okresu na podokresy charakteryzujące się zbliżoną strukturą aktywności ekonomicznej w latach tworzących dany podokres zostało przeprowadzone metodą eliminacji wektorów. Do zastosowania tej metody konieczne jest w pierwszym etapie zastąpienie miar podobieństwa miarami braku podobieństwa. W tym celu wykonano przekształcenie przedstawione wzorem 2, otrzymując wielkości  $q_{ij}$ , będące miarami braku podobieństwa struktury aktywności ekonomicznej między poszczególnymi parami lat. W re-

zultacie, z miar  $q_{ij}$  zbudowano  $16 \times 16$  – wymiarową macierz  $Q$ , będącą macierzą miar braku podobieństwa struktury aktywności ekonomicznej. Następnie ustalono poziom progowej wartości różnicowania struktur  $\varepsilon$ , zwaną też wartością krytyczną różnicowania struktur. Należy zaznaczyć, że wartość progowa  $\varepsilon$  ma bezpośredni wpływ na liczbę podokresów wydzielonych w procesie periodyzacji. I tak – im wyższy jest poziom  $\varepsilon$ , tym liczba wydzielonych podokresów badanego okresu jest mniejsza, i na odwrót, tj. zmniejszaniu się wartości  $\varepsilon$  towarzyszy zwiększanie się wydzielonych podokresów. Wartość progową  $\varepsilon$  ustalono na podstawie danych empirycznych na poziomie średniej arytmetycznej elementów niediagonalnych macierzy miar braku podobieństwa  $Q$  na podstawie wzoru 3. Uzyskano  $\varepsilon = 0,044$ . Taka wartość progowa oznacza, że jeśli miara braku podobieństwa między strukturami aktywności ekonomicznej dwóch dowolnych lat jest mniejsza od 0,044, wówczas uznaje się, że struktury zjawiska w tych dwóch latach są do siebie zbliżone. Jeśli natomiast miara braku podobieństwa między tymi strukturami jest większa od 0,044, to lata te należy traktować jako różniące się strukturą aktywności ekonomicznej.

W rezultacie dokonanej periodyzacji badanych lat 1993–2008 metodą eliminacji wektorów wyodrębniono trzy podokresy jednorodne ze względu na strukturę aktywności ekonomicznej ludności. Podokresy te obejmują następujące lata (w ujęciu chronologicznym):

I podokres – lata 1993–1999,

II podokres – lata 2000–2006,

III podokres – lata 2007–2008.

Dla wyodrębnionych podokresów wyznaczono przeciętną strukturę aktywności ekonomicznej, jako średnią arytmetyczną odpowiednich struktur w poszczególnych podokresach (tab. 5). Ponadto dla podokresów tych obliczono przeciętne wielkości wybranych wskaźników charakteryzujących rynek pracy.

W latach 1993–1999 (I podokres) najwyższy udział w strukturze zaznaczył się w przypadku osób pracujących w pełnym wymiarze i wynosił 45%. Drugą grupę ludności pod względem udziału w strukturze stanowili w tym podokresie bierni zawodowo (41,5%). Odsetek osób bezrobotnych w populacji ogółem stanowił 8%.

Lata 2000–2006 (II podokres) to czas pogarszającej się sytuacji na rynku pracy. Charakteryzował go spadek udziału osób pracujących zarówno w pełnym, jak i niepełnym wymiarze. Udziały te zmniejszyły się w porównaniu z podokresem I odpowiednio z 45% do 40% i z 5,5% do 4,7%. Natomiast w przypadku osób bezrobotnych, jak i biernych zawodowo, zaznaczył się jednoczesny wzrost ich udziału: bezrobotnych – do 10,3%, natomiast biernych zawodowo – do 45%.

W ostatnim z wyodrębnionych podokresów (lata 2007–2008) odnotowano pewną poprawę struktury aktywności ekonomicznej ludności. Udział osób pracujących zwiększył się do 43,8%, natomiast udział bezrobotnych zmniejszył się blisko dwukrotnie. Nieznacznie wzrósł udział osób biernych zawodowo.

**Tabela 5**

Przeciętna struktura aktywności ekonomicznej w wyodrębnionych okresach (obliczona jako średnia arytmetyczna)

Wyszczególnienie	Okres 1993–1999	Okres 2000–2006	Okres 2007–2008
	w %		
Pracujący w pełnym wymiarze	45,0	40,0	43,8
Pracujący w niepełnym wymiarze	5,5	4,7	4,4
Bezrobotni	8,0	10,3	5,2
Bierni zawodowo	41,5	45,0	46,6
Razem	100	100	100

Źródło: Obliczenia własne.

Kształtowanie się przeciętnych wartości mierników aktywności ekonomicznej ludności dla wyodrębnionych podokresów (obliczonych jako średnie arytmetyczne ważone) przedstawiono w tabeli 6. Zawiera ona przeciętne wielkości współczynnika aktywności zawodowej, wskaźnika zatrudnienia, stopy bezrobocia w poszczególnych podokresach. Dla wyznaczonych wskaźników przeprowadzono ocenę – czy między wyodrębnionymi podokresami występują istotne statystycznie różnice w zakresie tych wskaźników. W tym celu, dla każdego z rozważanych wskaźników i dla każdej pary wyodrębnionych podokresów, przeprowadzono testy na równość odpowiednich frakcji. Rezultaty tych weryfikacji upoważniają do stwierdzenia, że na poziomie istotności 0,05 różnice między wyodrębnionymi okresami w zakresie współczynnika aktywności zawodowej ludności, wskaźnika zatrudnienia i stopy bezrobocia są statystycznie istotne.

Zmiany wyznaczonych wskaźników wyrażają poprawę sytuacji na rynku pracy w ostatnich latach 2007–2008, szczególnie w porównaniu z okresem 2000–2006. W latach 2007–2008 wyraźnie wzrósł wskaźnik zatrudnienia – o 3,6 punktów procentowych w porównaniu z okresem poprzednim. Oznacza to,

**Tabela 6**

Przeciętny poziom wybranych wskaźników w wyodrębnionych okresach

Wyszczególnienie	Okres I 1993–1999	Okres II 2000–2006	Okres III 2007–2008
	w %		
Współczynnik aktywności zawodowej	58,4	55,1	53,4
Wskaźnik zatrudnienia	50,5	44,7	48,3
Stopa bezrobocia	13,6	18,8	9,7

Źródło: Obliczenia własne.

że zmniejszyło się obciążenie osób pracujących osobami niepracującymi. Nastąpiła też znacząca poprawa w zakresie bezrobocia. Stopa bezrobocia zmniejszyła się w III podokresie aż o 9,1 punkta procentowego w porównaniu z II podokresem. Można zatem wnioskować, że osoby, które aktywnie poszukują pracy w większości ją znajdują.

## Wnioski

W opracowaniu przedstawiono analizę zmian struktury aktywności ekonomicznej ludności w latach 1993–2008. Dokonano periodyzacji badanego okresu na podokresy charakteryzujące się podobieństwem struktury analizowanego zjawiska. Na podstawie przeprowadzonych badań sformułowano następujące wnioski:

1. Lata 1993–2008 charakteryzowały się niewielkimi zmianami struktury aktywności ekonomicznej ludności. Bardziej znaczące zmiany w tym zakresie stwierdzono w latach 1999–2000 oraz 2006–2007, co dotyczyło głównie udziału w strukturze osób pracujących i bezrobotnych. W pierwszym z tych okresów odnotowano zmniejszenie udziału osób pracujących, natomiast wzrost udziału bezrobotnych w populacji ogółem. Z kolei w 2007 roku w stosunku do 2006 roku zależność była odwrotna. W obu okresach zmiany udziału w strukturze osób zatrudnionych i bezrobotnych były dość zbliżone i wahały się w granicach 2,2–2,6 punktów procentowych. Wyrazem tych zmian był znaczny wzrost stopy bezrobocia w 2000 roku i jej stosunkowo duży spadek w 2007 roku. Przyczyną stwierdzonych zmian była sytuacja gospodarcza Polski. Korzystniejsze zmiany w 2007 roku były spowodowane głównie rozszerzeniem się rynków zbytu po wejściu Polski do UE, co wymagało od przedsiębiorstw zwiększenia skali produkcji, a przez to większego poziomu zatrudnienia. Jedną z przyczyn również mógł być wyjazd części osób dotychczas bezrobotnych do pracy za granicą, co także wpływało na strukturę aktywności ekonomicznej ludności.
2. W latach 2007–2008 sytuacja na polskim rynku pracy uległa wyraźnej poprawie. Jest to jedna z najważniejszych zmian, jakie zaszły w sferze społeczno-gospodarczej naszego kraju. Wyrazem tej zmiany był stosunkowo duży spadek stopy bezrobocia oraz utrzymujący się na wysokim poziomie wskaźnik zatrudnienia. Z drugiej jednak strony zauważalne było zjawisko negatywne, polegające na systematycznym zmniejszaniu się współczynnika aktywności zawodowej. Jednak pomimo poprawy wskaźników na rynku pracy, występującej wyraźniej w ostatnich dwóch latach, Polska ma nadal

- najniższy wskaźnik zatrudnienia i najwyższą stopę bezrobocia wśród krajów członkowskich UE.
3. Metoda eliminacji wektorów, jako jedna z licznych procedur taksonomicznych, może służyć procesowi periodyzacji badanego okresu ze względu na strukturę badanego zjawiska. W rezultacie zastosowanej metody otrzymuje się podokresy o strukturach względnie podobnych. Wyodrębnionymi w pracy podokresami – względnie jednorodnymi ze względu na strukturę aktywności ekonomicznej ludności w latach 1993–2008 – są trzy następujące obszary czasowe: podokres I – lata 1993–1999, podokres II – lata 2000–2006 i podokres III – lata 2007–2008. Pierwszy z wyodrębnionych podokresów (1993–2008) charakteryzował się najwyższym przeciętnym współczynnikiem aktywności zawodowej (58,4%) oraz najwyższym przeciętnym wskaźnikiem zatrudnienia (50,5%). Natomiast stopa bezrobocia w tym okresie wynosiła 13,6%. Odmienną strukturą rynku pracy charakteryzował się okres drugi (2000–2006), w którym zmniejszyły się przeciętne wielkości zarówno współczynnika aktywności zawodowej, jak i wskaźnika zatrudnienia, a średnia stopa bezrobocia wzrosła do bardzo wysokiego poziomu (18,8%). Okres ten można uznać za czas pogarszającej się sytuacji na rynku pracy. W latach 2007–2008 zaznaczyła się poprawa struktury aktywności ekonomicznej ludności. Odsetek osób pracujących wzrósł o 3,5 punkta procentowego w porównaniu z okresem poprzednim, natomiast udział bezrobotnych zmniejszył się o 5,1% w stosunku do okresu 2000–2006.
  4. Badanie aktywności ekonomicznej ludności metodą eliminacji wektorów wzbogaca wiedzę o procesach zachodzących na rynku pracy, a uzyskane rezultaty mogą stanowić punkt wyjścia do dalszych analiz tego rynku. Analizy te z kolei mogą posłużyć w tworzeniu strategii, zasad i kierunków rozwoju polityki społeczno-ekonomicznej kraju, a w późniejszych etapach również w ocenie stopnia jej skuteczności.

## Literatura

- Aktywność ekonomiczna ludności Polski I kwartał lat 1993–2008. GUS, Warszawa.
- CHOMAŃTOWSKI S., SOKOŁOWSKI A., 1978: Taksonomia struktur. Przegląd Statystyczny, z. 2.
- BOŹEK J., 2008: Porównanie zróżnicowania przestrzennego struktury agrarnej Polski w latach 2000 i 2006. [w:] Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych, nr IX, Warszawa.
- HYBEL J., 2000: Rynek pracy w warunkach zrównoważonego rozwoju obszarów wiejskich. Roczniki Naukowe SERiA, t. II, z. 4, Warszawa-Poznań-Zamość.

- KOSOWSKI B., 2007: Statystyczna analiza strukturalnego zróżnicowania ekonomicznych grup wieku w powiatach województwa małopolskiego. *Roczniki Naukowe SERiA*, t. IX, z. 2.
- KUKUŁA K., 1986: Dynamika oraz kierunki zmian struktury usług produkcyjnych w rolnictwie. *Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*, z. 3.
- KUKUŁA K., 1975: Propozycja w zakresie pewnych miar dynamiki struktury. *Przegląd Statystyczny*, z. 3.
- KUKUŁA K., 1986: Przegląd wybranych miar zgodności struktur. *Przegląd Statystyczny*, z. 4.
- KUKUŁA K., 1996: Statystyczne metody analizy struktur ekonomicznych. Wydawnictwo Edukacyjne, Kraków.
- MALINA A. (red.), 2008: Przestrzenno-czasowa analiza rynku pracy w Polsce i krajach Unii Europejskiej. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie. Kraków.
- Nowa Encyklopedia Powszechna PWN, 2004, Warszawa.
- NOWAK E., 1981: Porównywanie obiektów społeczno-gospodarczych ze względu na ich strukturę. *Wiadomości Statystyczne*, z. 7.
- PANEK T. (red.), 2007: Statystyka społeczna. PWE, Warszawa.
- PODOLEC B, ULMAN P, WAŁĘGA A., 2008: Aktywność ekonomiczna a sytuacja materialna gospodarstw domowych. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- STROJNY J., 2008: Typologia struktury agrarnej województw. [w:] *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, nr IX, Warszawa.
- WASILEWSKA E., 2006: Tendencje zmian w strukturze aktywności ekonomicznej ludności wiejskiej. *Zeszyty Naukowe SGGW, Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, nr 61.
- WASILEWSKA E., 2007: Zastosowanie syntetycznych mierników dynamiki struktury w analizie zmian aktywności ekonomicznej ludności wiejskiej. *Zeszyty Naukowe SGGW, Ekonomika i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, nr 62.
- WÓJCIAK M., 2004: Analiza porównawcza rynku pracy w układzie województw za lata 1999–2001. *Prace Naukowe AE we Wrocławiu. Taksonomia* 11, nr 1022, WAE we Wrocławiu.
- WYSOCKI F, WAGNER W., 1989: O ustalaniu wartości progowej zróżnicowania struktur z danych empirycznych. *Wiadomości Statystyczne*, z. 9.

## **The Use of Vectors Elimination Method in the Analysis of the Structure's Changes on the Labour Market**

### **Abstract**

In the paper the changes of the structure of an economic activity in Poland in the span of 1993–2008 was presented. The main aim of the article is an attempt of segmentation of analysed time period on periods characterised by similarity of the labour market structure within period. As the elements of analyzed struc-



ture authors selected four categories: employed persons on a full-time basis, employed persons on the part-time basis, unemployed persons and professionally passive persons.

The segmentation of analysed time period was conducted with the use of vectors elimination method, assuming arithmetical average of non-diagonal elements of the lack of structures similarity measurements matrix as threshold value. As the result of the procedure three time periods were distinguished, characterised by the similarity within period, i.e. 1993–1999, 2000–2006 and 2007–2008.

