

**Joanna Kisielińska, Adam Waszkowski**

Wydział Nauk Ekonomicznych

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

## **Polskie modele do prognozowania bankructwa przedsiębiorstw i ich weryfikacja**

### **Wstęp**

Duża złożoność warunków prowadzenia działalności gospodarczej oraz dynamiczna zmienność otoczenia mikro- i makroekonomicznego przedsiębiorstwa zwiększa skalę oraz ryzyko bankructwa. Do podstawowych przyczyn upadłości jednostek gospodarczych można zaliczyć brak zdolności menedżerskich, oszustwa finansowe oraz brak umiejętności zarządzania ryzykiem. Czynniki te prędzej czy później znajdą swoje odzwierciedlenie w sprawozdaniach finansowych. Prowadzą one nieuchronnie do ujemnego wyniku finansowego, a wcześniej do znacznego obniżenia płynności i wypłacalności jednostki. Upadłość zarówno z prawnego, jak i ekonomicznego punktu widzenia jest ostatnim etapem cyklu życia przedsiębiorstwa. Samo zjawisko bankructwa w powojennej gospodarce polskiej pojawiło się przede wszystkim jako następstwo polityki pieniężnej Balcerowicza oraz wprowadzenia ustawy regulującej działalność gospodarczą. Zmiany legislacyjne spowodowały wprowadzenie reguł rynkowych jako mechanizmów kształtujących ustrój gospodarczy. Konsekwencją tych działań była weryfikacja efektywności gospodarowania. Brak dostosowań prowadził do zwiększenia ryzyka bankructwa, a jego skala i negatywne skutki gospodarcze obligują do podejmowania kroków zapobiegawczych oraz legislacyjnego uwarunkowania „drugiej szansy” w postaci postępowania naprawczego. Naturalnym staje się doskonalenie obecnych rozwiązań prognostycznych oraz poszukiwanie nowych.

Prace w zakresie prognozowania upadłości firm za pomocą analizy dyskryminacyjnej zostały rozpoczęte przez Altmana [1968], który zbudował model klasyfikacyjny wykorzystujący 5 wskaźników finansowych. Badania były następnie kontynuowane przez licznych autorów opracowujących modele klasyfikacyjne dla gospodarek różnych państw i stosujących coraz to nowocześniejsze metody wielowymiarowej analizy danych (bogaty przegląd piśmiennictwa poświęconego tej problematyce zawiera praca Kisielińskiej [2008]). Transformacja gospodarki polskiej w latach 90., której konsekwencją było coraz częściej występujące

zjawisko upadłości przedsiębiorstw, spowodowała zainteresowanie ekonomistów polskich metodami pozwalającymi na wykrycie zagrożenia bankrutem. Doświadczenia wielu autorów wskazały na nieskuteczność zagranicznych modeli upadłościowych. Można wymienić tu prace Iwanicza [1995], Stasiewskiego [1996], Gaszy [1997], Rogowskiego [1999] czy Koralun-Bereźnickiej [2006]. Autorzy ci zwracają uwagę na potrzebę budowania modeli na podstawie danych pochodzących z gospodarki polskiej. W standardach sprawozdawczości finansowej w poszczególnych krajach występują bowiem znaczne różnice. Znajduje to swoje odzwierciedlenie zarówno w nazewnictwie, jak i pozycjach sprawozdań, co często uniemożliwia obliczenie jednakowych wskaźników finansowych. Wychodząc naprzeciw oczekiwaniom, polskich modeli klasyfikacyjnych dla różnego typu jednostek gospodarczych powstało w latach 90. kilka, a po roku 2000 przynajmniej kilkanaście i nadal opracowywane są kolejne.

Podkreślenia wymaga fakt, że w prowadzeniu działalności gospodarczej istotną rolę odgrywa zmienność otoczenia przedsiębiorstwa. Dotyczy to między innymi polityki fiskalnej i zmian legislacyjnych, mało stabilnych zwłaszcza w warunkach polskich. Warto więc zadać pytanie o aktualność oszacowanych już modeli predykcji bankrutstwa.

Celem niniejszego artykułu jest weryfikacja skuteczności wybranych polskich modeli upadłości dla grupy przedsiębiorstw, które zbankrutowały w okresie 2003–2008 oraz firm znajdujących się w dobrej kondycji finansowej. Wykorzystano wyniki finansowe spółek notowanych na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych opublikowane przez serwis Notoria (wersja 17.70, X 2009) oraz w Monitorze Polskim B.

## Przegląd polskich modeli klasyfikacyjnych

Większość polskich modeli do prognozowania upadłości zbudowano za pomocą liniowej analizy dyskryminacyjnej. Model taki stanowi liniową kombinację cech i może być zapisany jako:

$$\text{LFD} = \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{x} \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{x}$  jest wektorem cech, a  $\lambda_0$  i  $\boldsymbol{\lambda}$  są współczynnikami funkcji dyskryminacyjnej. Budowa modelu polega na oszacowaniu współczynników  $\lambda_0$  i  $\boldsymbol{\lambda}$  tak, aby wartości LFD dla wybranego obiektu pozwalały określać klasę, do której on należy. W przypadku modeli upadłościowych wyróżniamy dwie klasy: firmy zagrożone bankrutem i firmy w dobrej kondycji. Wektor cech obejmuje zwykle zestawy wskaźników finansowych. Formuły pozwalające wyliczyć oszacowanie

współczynników LFD znaleźć można w literaturze (np. Madalla [2004]). Zwykle jednak do wyznaczenia ich wykorzystuje się gotowe pakiety statystyczne, np. Statistica, Stata, Gretl.

Popularnymi modelami stosowanymi do prognozowania bankructwa są także modele logitowe. W modelu logitowym liniowa kombinacja cech uzupełniona o wyraz wolny przekształcana jest przez funkcję logistyczną. Postać modelu jest więc następująca:

$$LG = \frac{1}{1 + e^{-z}} = \frac{e^z}{e^z + 1} \quad (2)$$

gdzie:  $z = a_0 + \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{x}$ .

Model logitowy (LG) ma istotną zaletę wobec liniowej funkcji dyskryminacyjnej (LFD). Zakres jego zmian mieści się bowiem w przedziale  $(0, 1)$ , podczas gdy LFD może teoretycznie przyjmować wartości z przedziału  $(-\infty, +\infty)$ . W modelach klasyfikacyjnych (prognozujących upadłość) pożądane jest, aby zmienna zależna była zmienną dychotomiczną, a wobec tego wartości zwracane przez model logitowy dają łatwiejszą interpretację.

W dalszej części artykułu przedstawiono wybrane polskie model upadłości, które staną się przedmiotem weryfikacji. Będą to modele w postaci liniowej funkcji dyskryminacyjnej oraz modele logitowe. Modele sieciowe prezentowane są w pracy Korola i Prusaka [2005], jednak ich użycie wymagałoby dysponowania oprogramowaniem, którego autorzy użyli do stworzenia sieci oraz zbudowanymi przy jego zastosowaniu sieciami.

## Model A. Hołdy (M\_H)

Hołda [2001] poddał analizie próbę 40 przedsiębiorstw upadłych oraz 40 przedsiębiorstw charakteryzujących się dobrą sytuacją finansową. Przedsiębiorstwa stanowiły homogeniczną grupę sklasyfikowaną w Europejskiej Klasyfikacji Działalności Gospodarczej pod numerami 45–74. Dane pochodziły z lat 1993–1996. Analiza obejmowała trzy etapy. W pierwszym wybrano 28 wskaźników finansowych z grup płynności, rentowności obrotowości oraz stopnia zadłużenia. Dla przedsiębiorstw upadłych wskaźniki te zostały wyznaczone na rok przed ogłoszeniem bankructwa. W drugim etapie wyodrębniono ze wstępnego zestawu 13, a w trzecim 5 zmiennych objaśniających. Ostatecznie w modelu uwzględniono wskaźniki następujące:

- PWP (podstawowy wskaźnik płynności) = aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,

- SZ (stopa zadłużenia) = zobowiązania ogółem/suma bilansowa,
- ZM (zyskowność majątku) = wynik finansowy netto/średnioroczny majątek ogółem,
- WOZ (wskaźnik obrotu zobowiązań) = przeciętny stan zobowiązań krótkoterminowych/(koszty działalności operacyjnej – pozostałe koszty operacyjne),
- RM (rotacja majątku) = przychody ogółem/średnioroczny majątek ogółem.

Hołda [2001] badał wstępnie zdolność prognostyczną każdego ze wskaźników osobno, tworząc system jednowymiarowy. Największą zdolnością prognostyczną charakteryzował się wskaźnik PWP (86%), najmniejszą – RM (56%). Oszacowana wielowymiarowa liniowa funkcja dyskryminacyjna ostatecznie przyjęła postać:

$$Z_H = 0,605 + 0,681 \cdot PWP - 0,0196 \cdot SZ + 0,00969 \cdot ZM + 0,000672 \cdot WOZ + 0,157 \cdot RM \quad (3)$$

Ponieważ próba była zbilansowana, wartością rozgraniczającą klasy było 0. Firmę zaliczano do bankrutów, jeśli wskaźnik  $Z_H$  był ujemny. Model pozwolił uzyskać łączny udział poprawnych identyfikacji na poziomie 92,5%, co należy uznać za wynik dobry. Klasyfikacja była minimalnie asymetryczna, ponieważ poprawnie rozpoznano 95% bankrutów i 90% firm w dobrej kondycji.

W omawianym modelu wprowadzono również „szarą strefę”, która obejmuje obiekty należące zarówno do klasy bankrutów, jak i firm w dobrej kondycji. A. Hołda oszacował jej zakres, przyjmując za dolną granicę niepewności wartość  $-0,3$ , a górną na poziomie  $0,1$ .

## Modele J. Gajdki i T. Stosa (M\_GS)

Model Gajdki i Stosa [2003] powstał z myślą o ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw notowanych na warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych. System ten opracowano na podstawie zbilansowanej próbie składającej się z 34 obiektów (17 przedsiębiorstw upadłych, którym przyporządkowano 17 jednostek „zdrowych” o podobnym profilu działalności).

Oszacowany liniowy model dyskryminacyjny przyjął następującą postać:

$$Z = -0,0005 \cdot X_1 + 2,0552 \cdot X_2 + 1,7260 \cdot X_3 + 0,1155 \cdot X_4 \quad (4)$$

gdzie:

$X_1$  = zobowiązania krótkoterminowe/koszt wytworzenia produkcji sprzedanej,

$X_2$  = wynik netto/suma bilansowa,

$X_3$  = wynik brutto/przychody netto ze sprzedaży,  
 $X_4$  = suma bilansowa/zobowiązania ogółem.

„Szara strefa” w modelu (4) mieści się w przedziale  $\langle -0,49; 0,49 \rangle$ , a wartością graniczną jest zero. Dla  $Z < 0$  przedsiębiorstwo klasyfikowane jest do grupy zagrożonych upadkiem, dla  $Z > 0$  do grupy jednostek o dobrym standingu. Udział poprawnych rozpoznań w próbie badawczej był równy 100%.

## Modele B. Prusaka

Kolejnymi przykładami systemów wczesnego ostrzegania są modele Prusaka [2005]. Autor przedstawił dwie liniowe funkcje dyskryminacyjne, obydwie zawierające „szarą strefę”.

Postać modelu pierwszego  $P_1$  (M\_P1) jest następująca:

$$P_1 = -1,5685 + 6,5245 \cdot X_1 + 0,148 \cdot X_2 + 0,4061 \cdot X_3 + 2,1754 \cdot X_4 \quad (5)$$

gdzie:

$X_1$  = zysk operacyjny/suma bilansowa,  
 $X_2$  = koszty operacyjne/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $X_3$  = aktywa obrotowe/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $X_4$  = zysk operacyjny/przychody ze sprzedaży.

Model drugi  $P_2$  (M\_P2) natomiast określony jest formułą:

$$P_2 = -1,8713 + 1,4383 \cdot X_1 + 0,1878 \cdot X_2 + 5,0229 \cdot X_3 \quad (6)$$

gdzie:

$X_1$  = (zysk netto + amortyzacja)/zobowiązania ogółem,  
 $X_2$  = koszty operacyjne/zobowiązania krótkoterminowe,  
 $X_3$  = zysk ze sprzedaży/suma bilansowa.

Zbiór danych został podzielony na próbę uczącą i testową. Pierwsza zawierała 40 przedsiębiorstw w dobrej kondycji finansowej oraz 40 zagrożonych bankrutem. Jednostki dobrano parami według branży. Próba testowa obejmowała 39 obiektów upadłych oraz 39 niezagrażonych bankrutem. Oba modele uwzględniają istnienie szarej strefy, w której klasyfikacja obciążona jest błędem. Dla modelu  $P_1$  szara strefa zawiera się w przedziale  $\langle -0,13; 0,65 \rangle$ , a punkt graniczny ustalono na poziomie  $-0,13$ . Dla modelu  $P_2$  natomiast był to przedział  $\langle -0,7; 0,2 \rangle$  z punktem granicznym równym  $-0,295$ . Model  $P_1$  poprawnie rozpoznał 100% obiektów z próby uczącej i 89,74% z próby testowej, model  $P_2$  odpowiednio 97,40 i 94,87%.

## Modele powstałe w Instytucie Badań Ekonomicznych PAN

Mączyńska i Zawadzki [2006] opracowali 7 modeli wczesnego ostrzegania. Autorzy przeprowadzili badania na zbilansowanej próbie 80 spółek notowanych na GPW w Warszawie, wykorzystując sprawozdania finansowe z lat 1997–2001 oraz obliczone na ich podstawie wskaźniki finansowe. W badaniach wykorzystano 45 wskaźników charakteryzujących rentowność, płynność, poziom zadłużenia, sprawność operacyjną oraz dynamikę wzrostu przedsiębiorstw. Do selekcji wskaźników wykorzystano mierniki umownej odległości zbiorów, trafność klasyfikacji na podstawie jednoczynnikowej funkcji dyskryminacyjnej oraz współczynnik  $\lambda$ -Wilksa. Zmienne użyte ostatecznie do budowy modeli przedstawiono w tabeli 1.

**Tabela 1**

Definicja i oznaczenia wskaźników wykorzystanych w modelach IBE PAN

Wskaźnik	Oznaczenie	Licznik	Mianownik
Stopa wzrostu przychodów	RP	Przychodu ze sprzedaży	Przychody za rok poprzedni
Rentowność operacyjna aktywów	WO/A	Wynik operacyjny	Suma aktywów
Rentowność netto przychodów	WN/P	Wynik finansowy netto	Przychody ze sprzedaży
Skumulowana rentowność brutto aktywów	WB(3)/A	Wynik finansowy brutto za okres 3 lat	Suma aktywów
Udział kapitału własnego w finansowaniu	KW/A	Kapitał własny	Suma aktywów
Struktura kapitału własnego	(KW – KZ)/A	Kapitał własny – kapitał zakładowy	Suma aktywów
Zdolność spłaty zadłużenia	(WN + AM)/Z	Wynik finansowy netto + amortyzacja	Zobowiązania łączne
Zdolność pokrycia kosztów finansowych	WO/KF	Wynik operacyjny	Koszty finansowe
Płynność bieżąca	MO/ZKT	Aktywa obrotowe	Zobowiązania krótkoterminowe
Płynność aktywów	KO/MT	Kapitał obrotowy	Wartość majątku trwałego
Produktywność aktywów	P/A	Przychody ze sprzedaży	Suma aktywów
Wielkość względna aktywów	Log A	Logarytm dziesiętny wartości aktywów	1

Źródło: Mączyńska E., Zawadzki M. [2006].

W tabeli 2 przedstawiono współczynniki liniowych funkcji dyskryminacyjnych dla poszczególnych modeli. Punkt graniczny rozdzielający klasy był równy zeru, a zagrożenie upadłością występuje, jeśli wartość LFD  $< 0$ .

**Tabela 2**

Wagi wskaźników wykorzystanych w modelach IBE PAN

Wskaźnik (x)	Wagi wskaźników dla modelu						
	PAN-A	PAN-B	PAN-C	PAN-D	PAN-E	PAN-F	PAN-G
RP	5,577	5,837	5,896	6,029			
WO/A	1,427	2,231	2,831	6,546	9,004	9,478	9,498
WN/P	0,154	0,222					
WB(3)/A	0,310	0,496					
KW/A	1,937	0,945	0,539	1,546	1,177	3,613	3,566
(KW-KZ)/A	1,598	2,028	2,538	1,463	1,889		
(WN+AM)/Z	3,203	3,472	3,655	3,585	3,134	3,246	2,903
WO/KF	0,436	0,495	0,467				
MO/ZKT	0,192	0,166	0,179	0,363	0,500	0,455	0,452
KO/MT	0,140	0,195	0,226	0,172	0,160		
P/A	0,386	0,030	0,168	0,114	0,749	0,802	
Log A	1,715						
Wyraz wolny	-9,832	-0,392	-0,678	-0,593	-1,962	-2,478	-1,498

Źródło: Mączyńska E., Zawadzki M. [2006].

Weryfikacja modeli została przeprowadzona na zbiorze składającym się z 48 przedsiębiorstw, z czego w przypadku 26 ogłoszono upadłość, a 22 z nich charakteryzowała poprawna sytuacja finansowa. Modele te poprawnie rozpoznały 95% przedsiębiorstw niezagrażonych upadkiem. W przypadku bankrutów każdy z modeli poprawnie zidentyfikował co najmniej 75% przypadków, co według autorów było wynikiem subiektywnego charakteru upadłości, niewynikającej bezpośrednio z kondycji finansowej.

## Model D. Wierzby (M\_W)

W badaniach nad procesem upadłości przedsiębiorstw Wierzba [2000] wykorzystał dane pochodzące z 24 przedsiębiorstw zagrożonych upadkiem oraz z 24 o dobrej kondycji finansowej. Grupę zagrożonych upadkiem stanowiły jednostki, względem których upadłość została ogłoszona wyrokiem sądu gospodarczego, lub wobec których w latach 1995–1998 trwało postępowanie układowe.

Autor ze zbioru wstępnie wziętych pod uwagę 12 wskaźników wybrał 4, które posłużyły do konstrukcji liniowej funkcji dyskryminacyjnej postaci:

$$Z = 3,26 \cdot X_1 + 2,16 \cdot X_2 + 0,69 \cdot X_3 + 0,30 \cdot X_4 \quad (7)$$

gdzie:

$X_1$  = (zysk z działalności operacyjnej – amortyzacja)/aktywa ogółem,

$X_2$  = (zysk z działalności operacyjnej – amortyzacja)/sprzedaż produktów,

$X_3$  = aktywa obrotowe/zobowiązania całkowite,

$X_4$  = kapitał obrotowy/aktywa ogółem.

Wartością rozgraniczającą klasy jest zero, przy czym wartość  $Z < 0$  wskazuje na przynależność obiektu do grupy bankrutów. Model poprawnie zidentyfikował 92% obiektów z próby uczącej.

## Model „poznański” (M\_P)

Model „poznański” Hamrola, Czajki i Piechockiego [2004] został opracowany na podstawie analizy sprawozdań finansowych próby 100 spółek prawa handlowego z lat 1999–2002 (z czego połowę stanowiły firmy zdrowe). Jako upadłe przyjęto spółki, dla których przeprowadzono postępowanie upadłościowe lub układowe. Dobierając spółki zdrowe kierowano się porównywalną wielkością aktywów. Dla każdej analizowanej jednostki obliczono 31 wskaźników, choć ostatecznie w modelu uwzględniono jedynie cztery z nich:

$X_1$  = wynik finansowy netto/majątek całkowity,

$X_2$  = (majątek obrotowy – zapasy)/zobowiązania krótkoterminowe,

$X_3$  = kapitał stały/aktywa,

$X_4$  = wynik finansowy ze sprzedaży/przychody ze sprzedaży.

Liniowy model dyskryminacyjny M\_P określa formuła:

$$W = -2,368 + 3,562 \cdot X_1 + 1,588 \cdot X_2 + 4,288 \cdot X_3 + 6,719 \cdot X_4 \quad (8)$$

W modelu powyższym przedsiębiorstwa zagrożone upadłością w perspektywie jednego roku osiągają ujemną wartość wskaźnika  $W$ , przedsiębiorstwa niezagrożone zaś dodatnią. Model poprawnie rozpoznał 96% spółek (92% upadłych i 100% w dobrej kondycji).

## Modele logitowe Gruszczyńskiego

Gruszczyński [2003] swoje badania przeprowadził na bazie około 200 sprawozdań finansowych zebranych w ramach projektów badawczych KBN, które posłużyły do wyboru metodą ekspercką 23 przedsiębiorstw znajdujących się



w zdecydowanie złej sytuacji finansowej oraz 23 przedsiębiorstw o dobrym standingu. Na ich podstawie oszacowano dwumianowe modele logitowe, w których zmienną objaśnianą jest zmienna dychotomiczna  $y_i$ . Dla firm w złej sytuacji finansowej  $y_i = 0$ , natomiast w dobrej  $y_i = 1$ . Wykorzystane w analizie wskaźniki przedstawiono w tabeli 3.

**Tabela 3**

Definicje i oznaczenia wskaźników wykorzystane w modelach logitowych Gruszczyńskiego

Symbol	Wskaźnik	Licznik	Mianownik
ROA1	rentowność aktywów	zysk operacyjny	aktywa
R1	marża zysku brutto	zysk brutto	przychody ze sprzedaży netto
A2	obrót zobowiązaniami	koszty produkcji sprzedanej	zobowiązania krótkoterminowe
Z1	stopa zadłużenia majątku	zobowiązania ogółem	aktywa
W19	wskaźnik 19	zapasy	przychody ze sprzedaży netto

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Gruszczyński [2003], s. 14.

Oceny parametrów wybranych modeli oraz trafności prognozy przedstawiono w tabeli 4. Można przypuszczać, że ze względu na obecność wyrazu wolnego w podanych modelach oraz zbilansowaną wielkość próby punktem rozgraniczającym klasy jest zero.

**Tabela 4**

Dwumianowe modele logitowe Gruszczyńskiego

Model	Parametry	Ocena parametru	Trafność prognozy ( $y_i = 0$ ) [%]	Trafność prognozy ( $y_i = 1$ ) [%]
MLD1	stała	1,3508	86,96	86,96
	ROA1	7,5153		
	Z1	-6,1903		
MLD2	stała	0,3133	82,61	86,96
	ROA1	8,7592		
	W19	-8,0069		
MLD3	stała	4,3515	91,30	95,65
	R1	22,8748		
	Z1	-5,5926		
	W19	-26,1083		
MLD4	stała	-4,7238	86,96	86,96
	R1	16,1075		
	A2	0,5761		

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Gruszczyński [2003], s. 17–19.

## Wyniki badań

Weryfikację przedstawionych wyżej modeli przeprowadzono na podstawie próby ekspercko wybranych 16 przedsiębiorstw: 8 uznanych za upadłe oraz 8 o dobrej kondycji finansowej. Do grupy bankrutów zaliczono spółkę informatyczną Techmex S.A. (spółka nr 1), odzieżową Monnari Trade S.A. (nr 2), Zakłady Naprawcze Taboru Kolejowego Łapy (nr 3) oraz Krośnieńskie Huty Szkła (nr 4). Wobec tych jednostek w 2009 roku odpowiednie ze względu na siedzibę sądy gospodarcze ogłosiły upadłość likwidacyjną. W tej samej grupie znalazły się również Odlewnie Polskie (nr 5), handlowy Pronox Technology S.A. (spółka nr 6, której upadłość z możliwością zawarcia układu z wierzycielami ogłoszono w 2009 roku), Centrozap S.A. (nr 7, wyrok sądu z 2004 roku) oraz Próchnik S.A. (nr 8). Kryterium doboru przedsiębiorstw o poprawnym standingu było podobieństwo branż. Jako jednostki zdrowe, wobec których wiadomo, że w 2009 roku nie ogłoszono upadłości prawomocnym wyrokiem sądu, wybrano: Optimus S.A. (spółka nr 9 działająca w branży informatycznej), Lubawa S.A. (nr 10, producent specjalistycznych tkanin powlekanych), Optopol Technology S.A. (nr 11, przemysł elektromaszynowy), Stalprodukt S.A. (nr 12, przemysł metalowy), Comp S.A. (nr 13, doradztwo w zakresie sprzętu komputerowego), Doradztwo Gospodarcze DGA S.A. (spółka nr 14), Relpol S.A. (nr 15, produkcja sprzętu do sterowania procesami przemysłowymi) oraz Wojas S.A. (nr 16, produkcja obuwia).

W tabeli 5 przedstawiono klasyfikację wszystkich wziętych pod uwagę spółek uzyskaną 17 modelami.

Do oceny jakości klasyfikacji przeprowadzonej za pomocą opisanych wyżej modeli wykorzystano względne wskaźniki trafności, które określają następujące formuły:

$$\text{globalny procent poprawnych klasyfikacji: } W_t = \frac{n_{00} + n_{11}}{n} \quad (9)$$

$$\text{procent poprawnych identyfikacji elementów klasy 0: } W_{t_0} = \frac{n_{00}}{n_0} \quad (10)$$

$$\text{procent poprawnych klasyfikacji elementów klasy 1: } W_{t_1} = \frac{n_{11}}{n_1} \quad (11)$$

gdzie:

$n$  – łączna liczba spółek,

$n_0$  – liczba bankrutów,

$n_1$  – liczba spółek w dobrej kondycji,

$n_{00}$  – liczba poprawnie rozpoznanych bankrutów,

$n_{11}$  – liczba poprawnie rozpoznanych spółek w dobrej kondycji.

**Tabela 5**  
Klasyfikacja poszczególnych jednostek do grup

Model	Przedsiębiorstwa upadłe								Przedsiębiorstwa zdrowe							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
M_H	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M_GS	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
M_P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
M_P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
PAN-A	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
PAN-B	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
PAN-C	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
PAN-D	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
PAN-E	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
PAN-F	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
PAN-G	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
M_W	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
M_P	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
MLD1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MLD2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0
MLD3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
MLD4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0

Źródło: Opracowanie własne.

W tabeli 6 przedstawiono globalne wskaźniki trafności klasyfikacji oraz wskaźniki trafności dla obydwu klas. Najlepsze wyniki uzyskano za pomocą modeli M\_GS oraz PAN-F. Klasyfikacje obydwoma modelami ocenić należy jako dobrą (powyżej 90% poprawnych rozpoznań). Obydwa modele wykazują niewielką asymetrię. Lepiej rozpoznawane są spółki dobre, gorzej – bankruci.

Niemal 90-procentową (dokładnie 87,5%) trafność otrzymano modelami PAN-B, PAN-C, PAN-G. Modele te jednak cechuje znacznie większa asymetria klasyfikacji. Również w tym przypadku lepiej rozpoznawane są firmy dobre.

Ostatnim modelem, który dał wyniki akceptowalne jest model M\_P1. Użytkano nim ponad 80-procentową trafność klasyfikacji, którą cechowała niewielka asymetria. Model ten lepiej rozpoznawał bankrutów.

Klasyfikacje przeprowadzone modelami PAN-A, M\_W, M\_H, PAN-D, PAN-E, M\_P i MLD2 nie mogą być zaakceptowane nie ze względu na niski udział poprawnych rozpoznań, lecz ze względu na asymetrię identyfikacji. Udział poprawnych rozpoznań jednej z klas na poziomie zbliżonym lub niższym od losowego (czyli 50%) wymaga odrzucenia otrzymanych rezultatów. Pozostałe modele (MLD3, MLD4, M\_P2 i MLD1) cechuje udział poprawnych identyfikacji na poziomie niewiele przekraczającym losowy lub nawet niższy niż losowy, przy równocześnie bardzo silnych asymetriach.

W ostatniej kolumnie tabeli 6 podano liczbę zmiennych niezależnych uwzględnionych w poszczególnych modelach. Należy zauważyć, że wszystkie modele wykorzystujące poniżej 4 zmiennych dały słabe klasyfikacje. Może to oznaczać, że informacje zawarte w dwóch czy trzech wskaźnikach są niewystarczające, aby dokonać poprawnej oceny kondycji firmy. Z drugiej strony, najlepszy model (M\_GS) wykorzystywał jedynie cztery wskaźniki, a drugi w kolejności (PAN-F) pięć. Nieźle spisał się model wykorzystujący 11 wskaźników (PAN-B), natomiast słabe rezultaty dał model oparty na 12 wskaźnikach (PAN-A), rozpoznając niewiele ponad 50% bankrutów<sup>1</sup>.

Przy konstrukcji modeli prognozujących bankructwo dobór zestawów wskaźników jest sprawą kluczową – one bowiem decydują o jego jakości. Wszystkie metody pozwalają dla określonego zbioru danych dobrać model w danej klasie (liniowych, logitowych itp.) najlepszy. Jedynie niektóre realizacje sieci neuronowych mają wbudowane mechanizmy pozwalające testować zestawy zmiennych niezależnych stanowiących ich wejścia. Zastosowanie analizy dyskryminacyjnej w wersji krokowej pozwala eliminować zmienne oceniane jako mało przydatne bądź dodawać te, które zdają się być najbardziej cennymi. Należy jednak pamiętać, że ocena ta jest dokonywana na pewnym stopniu złożoności modelu i może okazać się, że na innym nie jest właściwa (piszą o tym Borkowski, Dudek i Szczesny [2003], s. 72).

Przedstawione w tabeli 6 wyniki klasyfikacji wskazują na niewielką przydatność większości opracowanych modeli. Pozytywnie zweryfikowano jedynie 6 spośród nich. Konieczne jest więc poszukiwanie innego podejścia do identyfikacji firm bankrutujących. Próba taką może być klasyfikacja różnymi modelami i na tej podstawie dokonana ocena łączna. W tabeli 7 przedstawiono udział poprawnych identyfikacji wszystkich wziętych pod uwagę jednostek uzyskanych 17 modelami. Okazuje się, że prawie wszystkie spółki poprawnie zidentyfikowało ponad 50% modeli. Kłopot sprawiły jedynie firmy 1 i 2, które poprawnie rozpoznało jedynie 35% (8 modeli) i 47% (6 modeli). Techmex S.A. (spółka nr 1) i Monnari Trade S.A. (nr 2) są firmami dużymi o wysokim poziomie aktywów (Techmex prawie 400 mln PLN, Monnari prawie 200 mln). W przypadku modeli

**Tabela 7**

Procentowy udział poprawnych rozpoznań spółek giełdowych

Nr. spółki	4	7	3	5	12	8	14	6	10	11	13	15	16	9	2	1
Udział	100	100	94	94	94	88	88	76	76	71	71	71	71	65	47	35

Źródło: Opracowanie własne.

<sup>1</sup>Modele PAN-B i PAN-A wykorzystują niemal jednakowe zestawy zmiennych niezależnych. Wprowadzony do modelu PAN-A logarytm z aktywów wyraźnie pogorszył jego skuteczność.

**Tabela 6**  
Wyniki klasyfikacji dla wybranych spółek giełdowych

Model	$Wt$ [%]	$Wt_0$ [%]	$Wt_1$ [%]	Liczba zmiennych niezależnych
M_GS	93,8	87,5	100	4
PAN-F	93,8	87,5	100	5
PAN-B	87,5	75	100	11
PAN-C	87,5	75	100	9
PAN-G	87,5	75	100	4
M_P1	81,3	87,5	75	4
PAN-A	81,3	52,6	100	12
M_W	81,3	62,5	100	4
M_H	75	50	100	5
PAN-D	75	50	100	8
PAN-E	75	62,5	87,5	7
M_P	75	50	100	4
MLD2	75	87,5	62,5	2
MLD3	62,5	100	25	3
MLD4	62,5	100	25	2
M_P2	50	87,5	12,5	3
MLD1	43,75	87,5	0	2

Źródło: Opracowanie własne.

wykorzystujących wskaźniki, w których licznikach występuje poziom aktywów, może wystąpić podniesienie wartości zwracanej przez model. Być może dla tych firm należałoby opracować modele odrębne.

## Podsumowanie

Metody analizy dyskryminacyjnej oraz modele dychotomicznej zmiennej objaśnianej mogą być narzędziem umożliwiającym zbudowanie prognozy sytuacji finansowej przedsiębiorstwa oraz ewentualnego zagrożenia bankructwem. W niniejszym artykule zostały opisane wybrane modele upadłościowe opracowane przez polskich badaczy. Skuteczność ich została zweryfikowana na przykładzie wybranych spółek giełdowych. Okazało się, że wskazanie modelu pojedynczego może być niewystarczające do prawidłowej oceny kondycji firmy. Jeśli jednak wzięte zostaną pod uwagę identyfikacje dokonane za pomocą wielu modeli, to prawidłowa ocena sytuacji jest znacznie bardziej prawdopodobna.

Badania pokazały ponadto, że modele wykorzystujące większą liczbę wskaźników finansowych dawały zwykle większą trafność klasyfikacji. Modele opie-

rające swoje wskazania jedynie na dwóch bądź trzech wskaźnikach słabo spełniały swoje zadanie. Jest to zrozumiałe, gdyż informacja o obiekcie klasyfikacji jest w takim przypadku zbyt uboga, aby umożliwiła dokonanie trafnej oceny.

## Literatura

- ALTMAN E.I.: *Financial Ratios, Discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy*. Journal of Finance, Vol. 23, No. 4, September 1968.
- BORKOWSKI B., DUDEK H., SZCZESNY W.: *Ekonometria. Wybrane zagadnienia*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003.
- GAJDKA J., STOS D.: *Ocena kondycji finansowej polskich spółek publicznych w okresie 1998–2001*. [w:] Czas na pieniądź, Zarządzanie finansami, Mierzenie wyników i wyce na przedsiębiorstw, t. 1 pod red. D. Zarzeckiego, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2003.
- GASZA R.: *Związek między wynikami analizy typu Altmana a kształtowaniem się kursów akcji wybranych spółek giełdowych w Polsce. Rezultaty badań najstarszych spółek giełdowych w latach 1991–1995*. Bank i Kredyt, Nr 3, 1997.
- GRUSZCZYŃSKI M.: *Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw*. Studia Ekonomiczne Nr 34, Wydawnictwo INE PAN, Warszawa 2003.
- HAMROL M., CZAJKA B., PIECHOCKI M.: *Upadłość przedsiębiorstw – metoda analizy dyskryminacyjnej*. Przegląd Organizacji nr 6/2004.
- HOLDA A.: *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej  $Z_H$* . Rachunkowość nr 5/2001.
- IWANICZ M.: *Kłopotów z Altmanem ciąg dalszy*. Gazeta Bankowa, 3/1995.
- KISIELIŃSKA J.: *Modele klasyfikacyjne prognozowania sytuacji finansowej gospodarstw rolniczych*. Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2008.
- KORALUN-BEREŹNICKA J.: *Ocena możliwości wykorzystania wybranych funkcji dyskryminacyjnych w analizie polskich spółek giełdowych*. Studia i Prace Kolegium Zarządzania i Finansów. Zeszyt Naukowy 69, SGH w Warszawie, 2006.
- KOROL T., PRUSAK B.: *Upadłość przedsiębiorstw a wykorzystanie sztucznej inteligencji*. CedeWu.pl Wydawnictwo Fachowe, Warszawa 2005.
- MADALLA G.S.: *Limited- dependent and qualitative variables in econometrics*. Cambridge University Press, Cambridge 2004.
- MĄCZYŃSKA E., ZAWADZKI M.: *Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa przedsiębiorstw*. Ekonomista 2/2006.
- PRUSAK B.: *Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstwa*. Difin, Warszawa 2005.
- ROGOWSKI W.: *Możliwość wczesnego rozpoznawania symptomów zagrożenia zdolności płatniczej przedsiębiorstwa*. Bank i Kredyt, Nr 6, 1999.
- STASIEWSKI T.: *Z-score – indeks przewidywanego upadku przedsiębiorstwa*. Rachunkowość, Nr 12, 1996.

WIERZBA D.: *Wczesne wykrywanie przedsiębiorstw zagrożonych upadłością na podstawie analizy wskaźników finansowych – teoria i badania empiryczne*. Zeszyty Naukowe 9/2000, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Ekonomiczno-Informatycznej w Warszawie, Warszawa 2000.

## **Polish models to predict bankruptcy and its verification**

### **Abstract**

The paper presents 17 models of developed corporate bankruptcy prediction for the Polish economy. These were the model of Hołda [2001], Gajdka and Stos [2003], two models of Prusak [2005], seven models of Mączyńska and Zawadzki [2006], Wierzba [2000], Harmol, Czajka and Piechocki [2004] and four models of Gruszczyński [2003]. The effectiveness of models was verified for the 8 companies that went bankrupt during the period 2003–2008 and 8 firms in good financial condition. Studies have shown that the quality of the resulting classification was satisfactory only for six models. In the remaining cases there was too low proportion of correct identification, or too strong asymmetry in the diagnosis classes. If, however, were considered to indicate all the analyzed models, it turned out that 14 companies recognized correctly most of them. Individual companies correctly classified from 65 to 100% of the models. Research has shown that poor performance gave the classification model using a small number of financial indicators.

