

Paweł Kobus, Robert Pietrzykowski
Katedra Ekonometrii i Informatyki SGGW
e-mail: pawel.kobus@statystyka.info

EFEKT DŹWIGNI NA GPW W WARSZAWIE

Streszczenie: Do modelowania asymetrycznego wpływu dobrych i złych informacji na warunkową wariancję w szeregu stóp zwrotu najczęściej wykorzystuje się modele: EGARCH, AGARCH oraz GRJ-GARCH będące uogólnieniami modelu GARCH. W pracy rozważano zasadność stosowania modeli uwzględniających efekt dźwigni w warunkach GPW w Warszawie. Badania oparto na analizie dziennych stóp zwrotu dla indeksów: WIG, WIG 20 oraz MIDWIG. Uzyskane wyniki sugerują, że w przeciwieństwie do rynków rozwiniętych efekt dźwigni na GPW w Warszawie nie występuje (WIG, WIG 20) lub jest bardzo słaby (MIDWIG).

Słowa kluczowe: efekt dźwigni, GARCH

WPROWADZENIE

Praca dotyczy jednego z aspektów modelowania szeregu stóp zwrotu z portfela akcji. Tym aspektem jest wpływ ostatnich informacji¹ na wielkość warunkowej wariancji. W modelach najczęściej stosowanych do modelowania szeregów stóp zwrotu o zmiennej wariancji ARCH [Engle 1982] oraz GARCH [Bollerslev 1986] zakłada się taki sam wpływ dobrych i złych informacji. Jednak w wielu badaniach empirycznych stwierdzono asymetrię wpływu dobrych i złych² informacji na warunkową wariancję, złe informacje powodowały zwiększenie wariancji podczas, gdy dobre zmniejszenie wariancji. Ta cecha szeregów stóp zwrotu znana jest pod nazwą efektu dźwigni. Pierwszymi i najbardziej popularnymi modelami [Piontek 2004] pozwalającymi na uwzględnienie asymetrycznego wpływu informacji są uogólnienia modelu GARCH: EGARCH [Nelson 1991], AGARCH [Engle i Ng 1993] oraz GJR-GARCH [Glosten i in. 1993].

Jak wspomniano efekt dźwigni został potwierdzony w badaniach empirycznych, jednak badania te dotyczyły giełd funkcjonujących na dojrzałych rynkach np. giełda w Nowym Jorku. Celem niniejszej pracy jest sprawdzenie w jakim stopniu efekt dźwigni występuje na warszawskiej GPW.

¹ Przez informację najczęściej rozumie się różnicę pomiędzy obserwowaną i oczekiwaną stopą zwrotu.

² Informacją dobrą jest stopa zwrotu wyższa od oczekiwanej, natomiast informacją złą jest stopa zwrotu niższa od oczekiwanej.

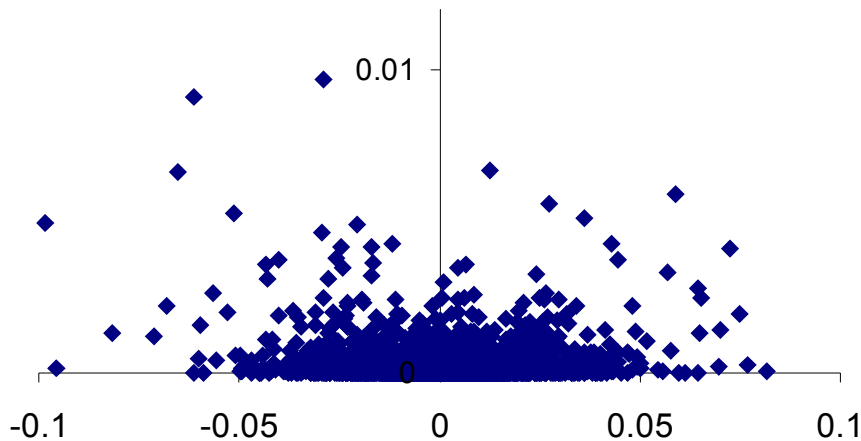
FUNKCJA WPLYWU INFORMACJI

Pojęcie funkcji wpływu informacji NIF³ zostało wprowadzone przez Engle'a i Ng'a [Engle i Ng 1993] i oznacza relację pomiędzy informacją z ostatniego momentu czasowego $(t-1)$ ε_{t-1} i warunkową wariancją w chwili t :

$$h_t = f(\varepsilon_{t-1}) \quad (1)$$

Równanie (1) jest pewnym uproszczeniem tzn. pominięto w nim wpływ warunkowej wariancji w poprzednich momentach czasowych.

Z rysunku 1 nie wynika, że istnieje jakakolwiek zależność między ε_t^2 i ε_{t-1} dla kolejnych notowań WIG. Na podstawie analizy tego rysunku należałoby raczej stwierdzić, że nie ma żadnego związku między informacją z ostatniego momentu czasowego $(t-1)$ ε_{t-1} i warunkową wariancją w chwili t h_t . Jest to jednak wniosek przedwczesny.

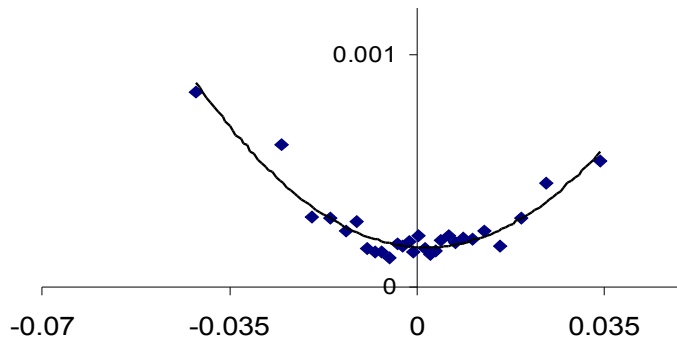


Rys. 1. Zależność pomiędzy ε_t^2 i ε_{t-1} dla notowań WIG z dni 1994-10-02 do 2006-05-29. Źródło: opracowania własne.

Rysunek 2 został sporządzony w oparciu o te same dane co rysunek 1. Zostały one jednak poddane wstępnej analizie. W pierwszym etapie błędy losowe ε_{t-1} zostały pogrupowane w szereg rozdzielczy o stałej liczebności w klasach po

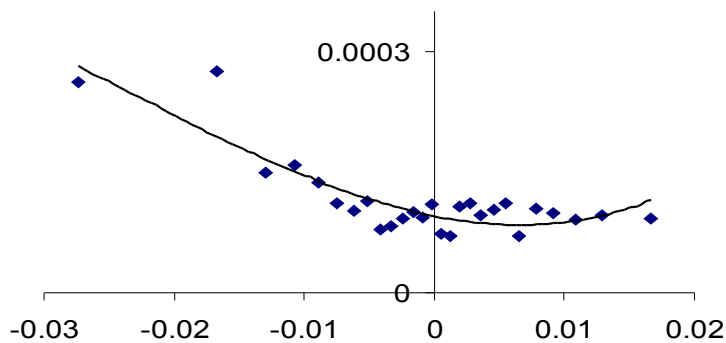
³ Skrót NIF pochodzi od słów news impact function.

100 obserwacji, w drugim etapie dla tak wyznaczonych przedziałów klasowych zostały obliczone średnie dla ε_t^2 i ε_{t-1} .



Rys. 2. Zależność pomiędzy średnimi wartościami ε_t^2 i ε_{t-1} dla notowań WIG z dni 1994-10-02 do 2006-05-29. Źródło: opracowania własne.

Teraz związek między informacją z ostatniego momentu czasowego ($t-1$) ε_{t-1} i warunkową wariancją w chwili t h_t jest oczywisty. Istnienie asymetrii jest jednak nadal problematyczne i wymaga dokładniejszej analizy. Dla porównania na rysunku 3 przedstawiono podobnie skonstruowany wykres przedstawiający notowania DJIA, w tym przypadku istnienie asymetrycznego funkcji wpływu informacji jest wyraźne.



Rys. 3. Zależność pomiędzy średnimi wartościami ε_t^2 i ε_{t-1} dla notowań DJIA z dni 1994-10-02 do 2006-05-26. Źródło: opracowania własne.

W kolejnym rozdziale zostały formalnie wprowadzone najczęściej stosowane modele heteroskedastyczne.

ROZPATRYWANE MODELE

Niech r_t oznacza stopę zwrotu obliczaną na podstawie wartości portfela akcji y_t w momencie t w stosunku do wartości w momencie $(t - 1)$:

$$r_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \quad (2)$$

Zgodnie z modelem ARCH(p) wartość stopy zwrotu w momencie t jest uzależniona od stóp zwrotu w poprzednich momentach czasowych i wartości zmiennej losowej ε_t ⁴:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sqrt{h_t} z_t, \quad z_t \sim i.i.d. N(0, 1) \quad (3)$$

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2.$$

W klasycznych specyfikacjach modelu ARCH przyjmuje się, że warunkowa wartość oczekiwana μ_t jest równa zero i w konsekwencji pomijana, a $\varepsilon_t = r_t$.

Bollerslev [Bollerslev 1986] zaproponował uogólnienie modelu (3) wprowadzając model GARCH(p,q), w którym uzależnił warunkową wariancję dodatkowo od wariancji w poprzednich momentach czasowych:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}. \quad (4)$$

W praktyce najczęściej stosowany jest model GARCH(1,1):

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}. \quad (5)$$

W przypadku modeli ARCH(1) i GARCH(1,1) NIF przyjmuje następującą postać:

$$f(\varepsilon_{t-1}) = A + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2. \quad (6)$$

Przy czym stała A w modelu ARCH(1) wynosi ω natomiast w modelu GARCH(1,1) $A = \omega + \beta_1 h_{t-1}$. Ponieważ funkcja (6) jest parabolą symetryczną wokół zera to tym samym nie pozwala na modelowanie efektu dźwigni.

⁴Ponieważ rozkład błędów nie był przedmiotem głównego zainteresowania, w pracy ograniczono się do przypadku błędów losowych o rozkładzie normalnym.

W 1993 Engle i Ng zaproponowali pod nazwą AGARCH [Engle i Ng 1993] uogólnienie modelu GARCH pozwalające modelować efekt dźwigni, gdzie:

$$h_t = \omega + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} - \alpha_1^*)^2 + \beta_1 h_{t-1}. \quad (7)$$

W tym przypadku NIF przyjmuje następującą postać:

$$f(\varepsilon_{t-1}) = A + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} - \alpha_1^*)^2. \quad (8)$$

Podobnie jak w przypadku modelu GARCH jest to parabola, jednak w tym przypadku osiąga ona minimum dla $\varepsilon_{t-1} = \alpha_1^*$.

W tym samym roku Glosten i in. zaproponowali inne uogólnienie modelu GARCH znane pod nazwą GJR-GARCH, gdzie:

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^* \varepsilon_{t-1}^2 I_{(\varepsilon_{t-1} < 0)} + \beta_1 h_{t-1} \quad (9)$$

gdzie $I_{(\varepsilon_{t-1} < 0)} = 1$ jeżeli $(\varepsilon_{t-1} < 0)$ i 0 w przeciwnym razie.

Dla modelu GJR-GARCH NIF przyjmuje postać:

$$f(\varepsilon_{t-1}) = A + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^* \varepsilon_{t-1}^2 I_{(\varepsilon_{t-1} < 0)}. \quad (10)$$

W przeciwieństwie do wcześniejszych modeli wykres tej funkcji nie jest parabolą lecz złożeniem ramion dwóch różnych parabol. Jeżeli $\varepsilon_{t-1} < 0$ to współczynnik przy ε_{t-1}^2 wynosi $\alpha_1 + \alpha_1^*$, w przeciwnym przypadku jest równy α_1 . Przy czym minimum jest osiągnięte dla $\varepsilon_{t-1} = 0$.

W modelu EGARCH [Nelson 1991] zaproponowanym przez Nelsona logarytm warunkowej wariancji wyraża się wzorem:

$$\log h_t = \omega + \alpha_1^* \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \alpha_1 \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| - E \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| \right) + \beta_1 \log h_{t-1} \quad (11)$$

Jeżeli $z_{t-1} = \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$ podlega standardowemu rozkładowi normalnemu, to wyrażenie (11) przyjmuje postać:

$$\log h_t = \omega + \alpha_1^* \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \alpha_1 \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \beta_1 \log h_{t-1}, \quad (12)$$

zaś NIF może być przedstawiona jako:

$$f(\varepsilon_{t-1}) = A \exp\left(\alpha_1^* \varepsilon_{t-1} + \alpha_1 |\varepsilon_{t-1}|\right) \frac{1}{\sqrt{h_{t-1}}}, \quad (13)$$

przy czym stała $A = h_{t-1}^{\beta_1} \exp\left(\omega - \alpha_1 \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)$.

OPIS BADAŃ EMPIRYCZNYCH

W pracy posłużono się stopami zwrotu obliczonymi dla podstawowych indeksów GPW w Warszawie: WIG, WIG 20, MIDWIG oraz dla porównania stopami zwrotu indeksu DJIA. Stopy zwrotu zostały obliczone na podstawie kursów zamknięcia: dla indeksów GPW w Warszawie z dni od 1998-01-05 do 2006-05-29 i dla indeksu DJIA z dni od 1998-01-20 do 2006-05-26, w sumie po 2106 obserwacji stóp. Wybór daty początkowej związany jest z rozpoczęciem notowania indeksu MIDWIG, zaś przesunięcie dla indeksu daty początkowej dla DJIA wynika z różnic w liczbie dni bez notowań na obydwu giełdach.

Aby określić w jakim stopniu można mówić o występowaniu efektu dźwigni na warszawskiej GPW dla szeregów stóp zwrotu wymienionych indeksów oszacowano następujące modele: GARCH, AGARCH, GRJ-GARCH, EGARCH i EGARCH z wartością parametru odpowiedzialnego za asymetrię NIF $\alpha_1^* = 0$, model ten w dalszej części pracy oznaczano jako rEGARCH. Wybrano dwie miary dopasowania: logarytm z funkcji wiarygodności LLF i kryterium informacji Akaike AIC [Akaike 1973].

$$AIC = -2LLF + 2K, \quad (14)$$

Gdzie K oznacza liczbę parametrów. Jakość dopasowania jest tym lepsza im niższa jest wartość AIC.

Tabela 1. Wartości LLF dla rozpatrywanych modeli

Model	Liczba parametrów	WIG	WIG 20	MIDWIG	DJIA
GARCH	4	6115,04	5714,61	6661,55	6689,19
AGARCH	5	6116,62	5715,02	6665,75	6719,76
GJR-GARCH	5	6116,61	5715,69	6666,07	6725,60
EGARCH	5	6114,01	5713,01	6664,15	6734,26
rEGARCH	4	6112,60	5712,37	6662,99	6681,40

Źródło: obliczenia własne.

Analizując wartości miar jakości dopasowania modeli przedstawione w tabelach 1 i 2 można stwierdzić, że w przypadku wszystkich indeksów najlepsze okazały się modele uwzględniające asymetryczność funkcji wpływu informacji.

Tabela 2. Wartości AIC dla rozpatrywanych modeli

Model	Liczba parametrów	WIG	WIG 20	MIDWIG	DJIA
GARCH	4	-12222,08	-11421,22	-13315,10	-13370,38
AGARCH	5	-12223,24	-11420,04	-13321,50	-13429,52
GJR-GARCH	5	-12223,22	-11421,38	-13322,14	-13441,20
EGARCH	5	-12218,02	-11416,02	-13318,30	-13458,52
rEGARCH	4	-12217,20	-11416,74	-13317,98	-13354,80

Źródło: obliczenia własne.

W przypadku indeksów notowanych na GPW w Warszawie najlepsze okazały się modele AGARCH i GJR-GARCH, natomiast w przypadku DJIA najlepszym modelem jest EGARCH.

Jednak, to że modele uwzględniające asymetrię są lepiej dopasowane nie jest wystarczającą podstawą do wyciągnięcia wniosku o występowaniu efektu dźwigni w szeregach stóp zwrotu z indeksów notowanych na GPW w Warszawie. Należy jeszcze sprawdzić czy różnica w dopasowaniu jest wystarczająco duża. Formalnie należałoby w tym celu przetestować hipotezę o zerowej wartości parametru odpowiedzialnego za asymetrię w poszczególnych modelach.

$$H_0 : \alpha_1^* = 0. \quad (15)$$

Do weryfikacji tej hipotezy można posłużyć się testem bazującym na ilorazie funkcji wiarygodności LRT (Likelihood Ratio Test) [Greene 2000]

$$LRT = 2(LLF_1 - LLF_0), \quad (16)$$

W przypadku, gdy hipoteza jest prawdziwa, statystyka LRT ma asymptotycznie rozkład $\chi^2_{(p_1 - p_0)}$, gdzie p_1 i p_0 oznaczają liczby parametrów odpowiednich modeli. Zastosowanie tego testu do porównania dwóch modeli, z których jeden zawiera parametr odpowiedzialny za modelowanie efektu dźwigni, zaś drugi⁵ nie, powinno dać odpowiedź co do występowania efektu dźwigni. Modele AGARCH oraz GJR-GARCH były porównywane z modelem GARCH, natomiast model EGARCH z modelem rEGARCH.

⁵ Porównywany model 0 powinien zawierać się w modelu 1.

Tabela 3. Wartości statystyki testowej LRT dla hipotezy $H_0 : \alpha_1^* = 0$.

Model	WIG	WIG 20	MIDWIG	DJIA
AGARCH	3,163	0,818	8,404	61,124
GJR-GARCH	3,144	2,163	9,041	72,808
EGARCH	2,821	1,275	2,322	105,711

Źródło: opracowania własne.

Wartość krytyczna dla wszystkich obliczonych wartości statystyk testowych jest taka sama $\chi^2_{(0.05,1)} = 3,8415$. Z trzech rozpatrywanych indeksów notowanych na GPW w Warszawie tylko dla MIDWIG odrzucana jest hipoteza o braku asymetrii, na poziomie istotności 0,05. Warto jednocześnie zauważyć, że nawet w tym przypadku wartości statystyk testowych dla DJIA są wielokrotnie wyższe.

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone analizy wykazały, że tylko w przypadku indeksu MIDWIG można mówić o występowaniu efektu dźwigni. Jednak nawet w tym przypadku siła wspomnianego efektu jest o wiele mniejsza niż w przypadku indeksu DJIA. Pomimo, że z uwagi na mały zakres przeprowadzonych badań nie można formułować zbyt zdecydowanych wniosków to uzyskane wyniki sugerują, że w warunkach GPW w Warszawie stosowanie modeli uwzględniających efekt dźwigni nie jest konieczne.

LITERATURA

- Akaike, H. (1973). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, 2nd Inter. Symp. On Information Theory (Petrov, B.N. and Csaki, F. Eds.), Akademiai Kiado, Budapest, 267-281.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autorregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Engle, R. (1982), "Autorregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.
- Engle, Robert F., and Victor K. Ng, (1993), Measuring and Testing the Impact of News on Volatility, *Journal of Finance* 48, 1749-1778.

Glosten, Lawrence R., Ravi Jagannathan, and David E. Runkle, (1993), On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Returns on Stocks, *Journal of Finance* 48, 1791–1801.

Greene, William H. (2000), *Econometric Analysis*, 150-154.

Nelson, Daniel B., 1991, Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica* ,59, 347–370.

Piontek, K. (2004), „Modelowanie efektu dźwigni w finansowych szeregach czasowych” *Materiały Konferencyjne Akademii Ekonomicznej w Krakowie – Nauki Finansowe wobec współczesnych problemów gospodarki polskiej, tom IV (Rynki Finansowe)*, pod red. Jana Czekaja, Kraków 2004, str. 129 – 142

Leverage effect on Warsaw Stock Exchange

Summary: Models most frequently used for modelling asymmetrical impact of good and bad return news on volatility response are generalizations of GARCH namely: EGARCH, AGARCH and GRJ-GARCH. In this paper support for application of those models is considered in the case of Warsaw Stock Exchange. Researches are based on analysis daily return series of indexes: WIG, WIG 20, MIDWIG. Results indicate, that in contrast to developed markets there is very weak evidence supporting hypothesis of leverage effect. In the case of WIG and WIG 20 the leverage effect is insignificant and for MIDWIG weak comparing for example with DJIA, though significant.

Key words: leverage effect, GARCH