Agnieszka Lewczuk
Instytut Ekonomii i Zarządzania
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa im. Papieża Jana Pawła II
w Białej Podlaskiej
e-mail: lewczukaga@wp.pl

PRÓBA ANALIZY AUKCJI Z RÓŻNYMI ROZKŁADAMI WYCEN

Streszczenie: Do końca lat 90-tych analizując aukcje przyjmowano założenie, że rozkłady kupieckich wycen są jednakowe. Założenie to jednak jest mocno wyidealizowane i dla większości odbywających się aukcji nie można go przyjąć. Do takich aukcji należą między innymi aukcje dzieł sztuki lub aukcje koni rasowych. W tej pracy podejmujemy próbę analizy aukcji z różnymi rozkładami kupieckich wycen. Dokładniej zajmiemy się porównaniem oczekiwanego dochodu sprzedawcy pochodzącego z aukcji pierwszej ceny i aukcji otwartej (angielskiej). Pokażemy, że w tej sytuacji nie jest prawdziwe twierdzenie o równoważnym dochodzie. Następnie wykażemy, że w określonych sytuacjach aukcja pierwszej ceny zapewnia sprzedawcy większy oczekiwany zysk niż aukcja angielska.

Słowa kluczowe: aukcja, rozkład wycen, oczekiwany dochód sprzedawcy

WSTĘP

Aukcje są powszechnie stosowanymi formami sprzedaży. Znane są nie tylko aukcje dzieł sztuki, antyków czy koni rasowych, ale również aukcje terenów, nieruchomości a nawet surowców mineralnych. W formie licytacji sprzedawane bywa również zboże, ryby czy kwiaty a także wiele innych produktów.

Aukcja jest organizacyjną formą rynku, którą cechuje pewna asymetria dotycząca jej uczestników. Po jednej stronie stoją kupcy, którzy konkurując ze sobą wyznaczają ostateczną cenę licytowanego przedmiotu. Po drugiej zaś stronie jest sprzedawca, który w gruncie rzeczy ma pozycję monopolisty. Do niego należy wybór formy, w jakiej będzie prowadzona licytacja. Wybiera on oczywiście taki rodzaj aukcji, który zapewni mu maksymalny zysk.

Istnieje kilka najbardziej rozpowszechnionych metod organizowania aukcji i przetargów. Najbardziej znaną jest aukcja angielska (English auction), kojarzona zazwyczaj z licytacją. Uczestnicy tego rodzaju aukcji zgłaszają oferty ustne, przy czym kolejne zgłoszenia dotyczą coraz to większych kwot. Konkurenci biorący udział w aukcji nawzajem przebijają swoje oferty. Aukcja kończy się w chwili, gdy licytowany przedmiot osiągnie taką cenę, której żaden kupiec nie jest w stanie podwyższyć. Zwycięzcą aukcji jest ten z kupców, którego oferta była najwyższa. Należy jednak pamiętać, że racjonalnie zachowujący się uczestnik podwyższa swoje oferty co najwyżej do wysokości własnej wyceny (valuation).

W klasycznych przypadkach wyceną jest maksymalna cena jaką za obiekt jest skłonny zapłacić kupiec.

Drugim, pod względem znaczenia, rodzajem konkursu ofert jest przetarg pisemny (sealed-bid auction), w ramach którego potencjalni nabywcy składają propozycje ofert na piśmie, na przykład w zapieczętowanych kopertach. Sprzedawca dokonuje wyboru oferty najlepszej, a kupiec płaci cenę, którą zaproponował. Tego rodzaju przetarg zwany jest również aukcją pierwszej ceny (first price sealed-bid auction).

Kolejną formą przetargu pisemnego jest aukcja drugiej ceny (second price sealed-bid auction), gdzie wybierana jest najlepsza oferta, ale cena, jaką płaci kupiec, jest drugą w kolejności od najwyższej. Ten rodzaj aukcji opracował William Vickrey i opisał w pracy „Counterspeculations, auctions and competitive sealed tenders", która ukazała się w 1961 roku w Journal of Finance. Stała się ona bodźcem do dalszych poszukiwań w tej dziedzinie. Pomimo, że od tamtej pory minęło pól wieku, literatura na temat tej aukcji jest nadal fragmentaryczna, zwłaszcza jeśli chodzi o relacje między teorią a rzeczywistym przebiegiem aukcji.

Czwartym klasycznym rodzajem aukcji jest aukcja holenderska (Dutch auction). W tym przypadku cena wystawianego na sprzedaż towaru jest sukcesywnie obniżana, aż do momentu, gdy znajdzie się nabywca, któremu ona odpowiada. Zgodnie z regułami tej aukcji handlują na przykład komisy. Aukcja holenderska jest wykorzystywana podczas sprzedaży szybko psujących się towarów. W taki sposób handluje się chociażby kwiatami w Holandii i stąd pochodzi nazwa aukcji. Rozważania, które są prowadzone w tej pracy dotyczyć będą czterech wymienionych powyżej rodzajów aukcji, aczkolwiek jest ich znacznie więcej. Reguły aukcyjne są bowiem w dalszym ciągu doskonalone. Oprócz wymienionych najbardziej znanymi aukcjami są: aukcja udziałów (auction of shares), aukcje wieloobiektowe (multiple - object auctions) oraz aukcje dwustronne (double auction).

W tej pracy zajmiemy się również analizą aukcji z różnymi rozkładami wycen. Głównym celem jest próba porównania oczekiwanego zysku sprzedawcy dla aukcji angielskiej (otwartej) i aukcji pierwszej ceny. W rozdziale 2 przedstawimy jedno z podstawowych twierdzeń z zakresu teorii aukcji, zwane twierdzeniem o równoważnym dochodzie (Revenue Equivalent Theorem) mówiące o tym, że oczekiwany zysk sprzedawcy przy założeniu, że rozkłady kupieckich wycen są jednakowe, nie zależy od reguł aukcyjnych. Następnie pokażemy, że przestaje być ono prawdziwe, jeśli to założenie nie będzie spełnione. W rozdziale 3 zajmiemy się analizą aukcji w przypadku, gdy rozkłady kupieckich wycen nie są jednakowe. Pokażemy również, że w tym ostatnim przypadku oczekiwany zysk sprzedawcy zależeć będzie od „rodzaju" asymetrii. Dokonamy porównania oczekiwanego zysku sprzedawcy w kilku szczególnych przypadkach. Rozważania przeprowadzone w tym rozdziale będą się opierały na pracy Rileya i Maskina [Maskin i in. 2000].

DOCHÓD SPRZEDAWCY W PRZYPADKU AUKCJI SYMETRYCZNYCH

Zanim zaczniemy nasze rozważania, wprowadzimy następujące założenia dotyczące rozpatrywanych w tym rozdziale aukcji:

Z1. a) W aukcji uczestniczy n kupców i jeden sprzedawca. Wycenę *i-tego* kupca oznaczamy jako v_i, $i = 1,2,\ldots,n$, wycenę sprzedawcy jako v_0.

b) Wszystkie kupieckie wyceny są niezależne od siebie i mają jednakowy rozkład, którego dystrybuanta $F(v)$ spełnia następujące założenia: $F(\underline{v}) = 0$, $F(\overline{v}) = 1$ oraz $F(v)$ jest ściśle rosnąca i różniczkowalna na przedziale $[\underline{v};\overline{v}]$, gdzie $\underline{v}$, $\overline{v}$ oznaczają odpowiednio najniższą i najwyższą wycenę.

Założenia oznaczone jako (Z1) po raz pierwszy wprowadził Vickrey. Oznaczają one, że kupcy składają swoje oferty niezależnie od siebie. Nie znają nawzajem swoich wycen, znają natomiast ich rozkład i wiedzą, że jest on taki sam dla wszystkich kupców.

Ponieważ reguły aukcyjne, podobnie jak reguły gry, są ściśle określone aukcje można traktować jako gry. Definiując grę należy określić wypłaty jej uczestników. W tym przypadku wypłata *i-tego* gracza zależy od ofert konkurentów. Jeżeli najwyższa z ofert pozostałych $n-1$ graczy: b_*, przewyższa ofertę *i-tego* kupca, która wynosi b_i, to jego wypłata wynosi 0. Jeśli $b_* < b_i$ kupiec *i-ty* wygrywa aukcję, przy czym otrzymuje wypłatę wynoszącą $v_i - b_i$. Można to przedstawić za pomocą następującej funkcji:

$$g_i = \begin{cases} v_i - b_i & \text{gdy } i\text{-ty kupiec nabywa obiekt} \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases} \tag{1}$$

g_i - wypłata *i-tego* kupca,

v_i - wycena *i-tego* kupca,

b_i - oferta *i-tego* kupca.

John Harsanyi pokazał, że aukcję spełniającą warunki (Z1) można przedstawić jako grę z niepełną informacją. W związku z tym, kupców w dalszym ciągu wymiennie będziemy nazywać graczami.

W niniejszej pracy rozważa się wyłącznie aukcje, których graczami są kupcy. W dalszym ciągu będziemy mówili, że aukcje spełniające warunki (Z1)

należą one do klasy Ψ. Niezależnie od szczegółowych regulaminów mają one kilka wspólnych cech.
Zaangażowani w aukcję kupcy składają oferty powyżej wyceny sprzedawcy.
Sprzedawany przedmiot trafia do kupca, który złożył najwyższą ofertę.
Zasady aukcyjne zapewniają kupcom anonimowość, każdy kupujący jest traktowany jednakowo.
Strategią równowagi dla każdego z kupców jest złożenie oferty poniżej własnej wyceny.

Strategia równowagi *i-tego* kupca jest rosnącą funkcją jego własnej wyceny

$$b_i = b(v_i) \quad i = 1,2,\dots,n \tag{2}$$

Dla rodziny aukcji Ψ słuszne jest twierdzenie.
Twierdzenie 1. (Twierdzenie o Równoważnym Dochodzie)

Załóżmy, że spełnione są założenia (Z1) oraz że wszyscy kupcy mają neutralny stosunek do ryzyka. Jeśli kupcy licytują zgodnie ze strategią prowadzącą do równowagi, to wszystkie aukcje z rodziny Ψ zapewniają sprzedawcy oczekiwany zysk, który jest postaci

$$E[R] = n\int_{v_*}^{\bar{v}} (vF'(v) + F(v) - 1)F(v)^{n-1}\,dv \tag{3}$$

gdzie v_* jest ceną wywoławczą. Dowód [Maskin i in. 2000].

Twierdzenie 1 należy do fundamentalnych twierdzeń z zakresu teorii aukcji. Mówi ono, że oczekiwany zysk sprzedawcy jest taki sam dla wszystkich aukcji z rodziny Ψ i zależy od ceny wywoławczej v_*. Już Vickrey, we wspomnianej pracy z 1961 roku [Vickrey, 1961] pokazał, że dochód sprzedawcy jest identyczny dla aukcji pierwszej ceny, holenderskiej, angielskiej oraz aukcji drugiej ceny jeśli spełnione są założenia Z1, a kupcy uczestniczący w aukcji mają jednakowy dostęp do informacji.

Mimo słuszności tego twierdzenia, obserwując aukcje, możemy zauważyć, że pewne grupy towarów sprzedawane są zazwyczaj za pomocą jednej reguły aukcyjnej. Na przykład dzieła sztuki lub konie rasowe sprzedawane są najczęściej na zasadach aukcji angielskiej, podczas gdy kontrakty na dostawy są przyznawane na zasadach aukcji pierwszej ceny. Powstaje zatem pytanie dlaczego tak się dzieje, skoro zgodnie z twierdzeniem 1 dochód sprzedawcy nie zależy od reguł aukcyjnych? Powodem tych rozbieżności jest fakt, że osłabienie przynajmniej jednego z założeń tego twierdzenia może spowodować, że jego teza nie będzie prawdziwa.

Riley i Samuelson [Riley i in.1981] pokazali, że w przypadku gdy kupcy mają awersję do ryzyka aukcja pierwszej ceny zapewnia sprzedawcy większy oczekiwany zysk niż aukcja drugiej ceny. Wynika to z faktu, że w przypadku aukcji drugiej ceny pojawienie się u kupców awersji do ryzyka nie ma wpływu na strategię prowadzącą do równowagi. Natomiast podczas aukcji pierwszej ceny kupcy z awersją do ryzyka będą licytowali wyższe stawki.

McMillan i McAffe [McMillan i in.1992] oraz Graham i Marshall [Graham i in. 1987] analizowali reguły aukcyjne, w których zakłada się możliwość kooperacji między graczami. Pokazali oni, że proces formowania koalicji jest ułatwiony w przypadku aukcji otwartych. Podczas takich aukcji kupcy mogą obserwować nawzajem swoje zachowania i wykorzystywać te obserwacje do budowania koalicji przeciwko swoim konkurentom. Dlatego w takiej sytuacji sprzedawca osiągnie większy zysk, jeśli jego towar zostanie sprzedany na zasadach aukcji pierwszej ceny.

ANALIZA AUKCJI, W KTÓRYCH KUPIECKIE WYCENY MAJĄ RÓŻNE ROZKŁADY

W większości prac poświęconych analizie porównawczej dochodu sprzedawcy przy zastosowaniu różnych reguł aukcyjnych, przyjmowane jest założenie, że rozkłady kupieckich wycen są jednakowe. W takich przypadkach dla każdego gracza istnieje strategia równowagi. Istnieją także dokładne wzory określające te strategie [Riley i in. 1981]. Wiadomo, że dla *i-tego* kupca strategia równowagi b_i jest rosnącą funkcją jego własnej wyceny $b_i = b(v_i)$.

W tym rozdziale podejmiemy próbę analizy aukcji w przypadku, gdy kupieckie wyceny mają różne rozkłady. Aukcje takie nazywamy aukcjami asymetrycznymi. Analiza w tym przypadku jest bardziej złożona. Znane są już warunki konieczne i dostateczne istnienia strategii prowadzących do równowagi [Lebrun, 1996], nadal jednak nie są znane dokładane wzory określające te strategie.

W dalszej części zastanowimy się, jaki oczekiwany zysk może osiągnąć sprzedawca, jeśli będzie sprzedawał swój towar na zasadach aukcji angielskiej (otwartej), a jaki jeśli zdecyduje się na aukcję pierwszej ceny, w sytuacji gdy rozkłady wycen nie są jednakowe.

Załóżmy, że w aukcji uczestniczy dwóch kupców mających neutralny stosunek do ryzyka. Jednego z nich nazywać będziemy kupcem „mocnym” (kupcem m) drugiego zaś „słabym” (kupcem s). Załóżmy, że wycena *i-tego* kupca: v_i, jest zmienną losową o wartościach dodatnich, określoną na przedziale $[\beta_i, \alpha_i]$, przy czym $0 \le \beta_i < \alpha_i$, $i \in \{m, s\}$. Przez $F_i(\cdot)$ oznaczamy dystrybuantę tego rozkładu.

Wiemy, że podczas aukcji pierwszej ceny, kupcy składają swoje oferty jednocześnie. Właścicielem wystawianego na sprzedaż przedmiotu staje się kupiec, który złożył najwyższą ofertę, a cena jaką za niego płaci jest równa wysokości jego oferty. Oznaczmy przez b_i strategię równowagi *i-tego* kupca, $i \in \{m, s\}$. Maskin i Riley [Maskin i in. 1996] pokazali, że przy tych założeniach strategia równowagi *i-tego* kupca jest rosnącą funkcją jego własnej wyceny, $b_i = b_i(v_i)$, $i \in \{m, s\}$. W przypadku aukcji pierwszej ceny dla dowolnej wyceny kupca m v_m, jego oferta $b = b_m(v_m)$, jest rozwiązaniem następującego zadania $\underset{b}{Max}\, F_s\left(b_s^{-1}(b)\right)(v_m - b)$, gdzie $b_s^{-1}(b)$ jest funkcją odwrotną do $b_s(\cdot)$. Podobnie $b = b_s(v_s)$ jest rozwiązaniem problemu $\underset{b}{Max}\, F_m\left(b_m^{-1}(b)\right)(v_s - b)$.

Aukcja angielska (otwarta) polega na wzajemnym podwyższaniu kupieckich ofert. Każdy kupiec zgłasza ofertę aż do momentu, gdy aktualna cena nie osiągnie poziomu przyjętej przez niego wyceny. W tym momencie rezygnuje z dalszej licytacji, gdyż w przypadku wygranej poniósłby stratę. Ważnym faktem jest, że licytacja kończy się w momencie, gdy cena osiągnie poziom wyceny przedostatniego uczestnika. Zwycięzcą aukcji angielskiej jest kupiec, który złożył najwyższą ofertę, ale cena jaką płaci jest w przybliżeniu równa drugiej pod względem wielkości kupieckiej wycenie. Aukcja angielska jest więc strategicznie równoważna opisanej we wstępie aukcji drugiej ceny. Oczekiwany zysk sprzedawcy dla tych dwóch rodzajów aukcji jest wiec taki sam. Rozważmy następujący przykład.

Przykład 1. Załóżmy, że w aukcji uczestniczy dwóch kupców mających neutralny stosunek do ryzyka. Przedmiotem sprzedaży jest niepodzielny obiekt. Załóżmy ponadto, że wycena kupca 1 jest zmienną losową, której rozkład określa dystrybuanta F_1. Niech $F_1(v) = v, v \in [0,1]$. Rozkład wycen kupca 2 określony jest wzorem $F_2(v) = v - 2, v \in [2,3]$. Zauważmy, że wycena kupca 2 przyjmuje zawsze większe wartości niż wycena kupca 1. Ma wiec on w tej aukcji mocniejszą pozycję i zawsze jest w stanie przelicytować swojego konkurenta. Załóżmy, że towar sprzedawany jest na zasadach aukcji pierwszej ceny. Oznaczmy przez $b_1(\cdot)$ ofertę kupca 1. Załóżmy, że $b_1(v_1) = v_1$. W tej sytuacji najlepszą odpowiedzią kupca 2 jest złożenie oferty b dzięki której maksymalizuje on swój zysk. Jeśli złoży on ofertę $b \in [0,1]$, wygra aukcję z prawdopodobieństwem $F_1\left(b_1^{-1}(b)\right) = b$. Oferta kupca 2 powinna być zatem rozwiązaniem zadania $\underset{b \in [0,1]}{Max}\, b(v_2 - b)$. Ponieważ $v_2 \geq 2$, najlepszym rozwiązaniem dla kupca 2 jest złożenie oferty $b_2(v_2) = 1$, $v_2 \in [2,3]$. Zauważmy, że strategia $b_1(v_1) = v_1$ jest optymalną strategią kupca 1. Jest tak, ponieważ inna oferta nie zapewni mu efektywnej wygranej. Opisane wyżej strategie są wiec strategiami prowadzącymi do równowagi. Jeśli obaj kupcy będą licytowali zgodnie z nimi oczekiwany zysk sprzedawcy w tej sytuacji będzie równy 1.

W przypadku aukcji angielskiej zwycięzcą podobnie jak poprzednio będzie kupiec 2 ponieważ jego wycena jest wyższa niż wycena konkurenta. Cena jaką zapłaci za towar będzie jednak niższa. Będzie ona równa co wielkości wycenie kupca 1. Oczekiwany zysk sprzedawcy w tym przypadku będzie niższy i wyniesie $E\{v_1\} = \frac{1}{2}$ [Maskin i in. 2000].

Powyższy przykład pokazuje, że w przypadku gdy rozkłady kupieckich wycen nie są jednakowe teza twierdzenia 1 nie jest prawdziwa. W naszym przykładzie aukcja pierwszej ceny zapewnia sprzedawcy większy zysk niż aukcja otwarta (angielska). Prawdziwość takiej zależności dla tego przykładu nie zapewnia jego słuszności w ogólnym przypadku. Można pokazać przykłady, w których sprzedawca osiągnie większy zysk, jeśli sprzeda swój towar na zasadach aukcji angielskiej [Maskin i in. 2000].

Widzimy więc, że dla aukcji asymetrycznych nie można jednoznacznie określić, która reguła aukcyjna z punktu widzenia sprzedawcy jest bardziej efektywna. Można będzie to określić dopiero wtedy, gdy na rozkłady kupieckich wycen narzucone zostaną warunki określające rodzaj asymetrii między tymi rozkładami.

Maskin i Riley [Maskin i in. 2000] dokonali porównania aukcji angielskiej i aukcji pierwszej ceny w kilku szczególnych przypadkach. W dalszej części przedstawimy rezultaty tych porównań.

Nadal będziemy zakładać, że w aukcji uczestniczy dwóch kupców mających neutralny stosunek do ryzyka. Przez F_s, F_m oznaczmy odpowiednio dystrybuanty rozkładów wycen kupca „słabego" i „mocnego". Niech rozkłady te spełniają następujące warunki: F_i jest dwukrotnie różniczkowalna na przedziale $(\beta_i, \alpha_i]$ oraz $F_i'(v) > 0,$ dla wszystkich $v \in [\beta_i, \alpha_i],\ i \in \{m, s\}.$ Załóżmy ponadto, że rozkłady spełniają następującą zależność

$$F_s(v) > F_m(v) \text{ dla wszystkich } v \in (\beta_s; \alpha_m). \qquad (4)$$

Warunek (4) mówi, że rozkład wycen kupca m spełnia warunek stochastycznej dominacji rzędu 1 względem rozkładu wycen kupca s. W praktyce oznacza to, że wyceny kupca m przyjmują wartości wyższe od wycen kupca s. Warunek (4) pociąga za sobą następującą zależność

$$\beta_s \le \beta_m \text{ oraz } \alpha_s \le \alpha_m . \qquad (5)$$

Silniejszym od kryterium stochastycznej dominacji rzędu 1 jest kryterium warunkowej stochastycznej dominacji. Rozkład wycen kupca m spełnia kryterium warunkowej stochastycznej dominacji względem rozkładu wycen kupca s, jeśli dla wszystkich $x, y \in (\beta_m, \alpha_s)$ takich, że $x < y$ zachodzi

$$\Pr\{v_m < x | v_m < y\} = \frac{F_m(x)}{F_m(y)} < \frac{F_s(x)}{F_s(y)} = \Pr\{v_s < x | v_s < y\}. \qquad (6)$$

Twierdzenie 2. Załóżmy, że rozkład wycen kupca s spełnia kryterium warunkowej stochastycznej dominacji względem rozkładu wycen kupca m. Niech

$U_i^P(v, F_m, F_s)$ oznacza oczekiwany zysk *i-tego* kupca w przypadku aukcji pierwszej ceny, zaś $U_i^A(v, F_m, F_s)$ oznacza oczekiwany zysk *i-tego* kupca w przypadku aukcji angielskiej (otwartej), $i \in \{m.s\}$. Wtedy prawdziwe są następujące zależności

$$U_m^A(v, F_m, F_s) \geq U_m^P(v, F_m, F_s) \quad \text{dla} \quad v \in (\beta_m, \alpha_m] \tag{7}$$

$$U_s^P(v, F_m, F_s) \geq U_s^A(v, F_m, F_s), \quad v \in (b_*, \alpha_s] \tag{8}$$

gdzie b_* jest dolną granicą przedziału, w którym składane są oferty.

Dowód [Maskin i in. 2000].

Twierdzenie 2 pokazuje, że kupiec „słaby” osiągnie większy oczekiwany zysk, jeśli będzie uczestniczył w aukcji pierwszej ceny. Dla kupca z mocniejszą pozycją korzystniejsza jest zaś aukcja angielska (otwarta).

Słuszne jest również następujące twierdzenie.

Twierdzenie 3. Załóżmy, że rozkład wycen kupca s określony jest za pomocą dystrybuanty F_s takiej, że dla wszystkich $v \in [\beta_s, \alpha_s]$ spełnione są warunki. $F_s''(v) \geq 0$ oraz $\frac{d}{dv}\frac{F_s'(v)}{F_s(v)} < 0$. Niech $a < \alpha_s - \beta_s$. Załóżmy, że dla wszystkich $v \in [\beta_s, \alpha_s + a]$ dystrybuanta wycen kupca m określona jest wzorem

$$F_m(v) = \begin{cases} 0 & v < a + \beta_s \\ F_s(v - a) & v \geq a + \beta_s \end{cases}. \tag{9}$$

Dodatkowo przyjmijmy, że $-vF_s'(v) + F_s(v) \geq 0$ dla wszystkich $v \in [\beta_s, \beta_s + a]$.

Przy tak określonych założeniach aukcja pierwszej ceny zapewnia sprzedawcy wyższy oczekiwany zysk niż aukcja angielska.

Zauważmy, że w tym przypadku rozkłady wycen są tego samego typu. Rozkład wycen kupca m jest „przesunięty’ w prawo w stosunku do rozkładu kupca s. Podobną sytuację mieliśmy w przykładzie 1 (a = 2).

Dowód [Maskin i in. 2000].

Zaprezentowane twierdzenia dotyczą sytuacji, w których aukcja pierwszej ceny daje wyższy dochód niż aukcja angielska. Przy innych rozkładach może być odwrotnie, co w rzeczywistości zdarza się znacznie częściej [Lebrun, 1999].

Z badań empirycznych wynika, że istnieją aukcje, dla których nie można przyjąć założenia, że rozkłady kupieckich wycen są jednakowe. Do takich aukcji należą na przykład aukcje dzieł sztuki lub koni rasowych. Podczas takich aukcji może się zdarzyć, że jeden z jej uczestników jest szczególnie zainteresowany nabyciem licytowanego obiektu i jest w stanie za niego zapłacić kwotę znacznie wyższą niż pozostali konkurenci.

Aukcje asymetryczne bardziej odpowiadają rzeczywistości, dlatego konieczna wydaje się być ich analiza. Z przedstawionych przez nas rezultatów wynika, że przy założeniach określonych w twierdzeniach 2 i 3 aukcja pierwszej ceny zapewnia sprzedawcy większy oczekiwany zysk niż aukcja angielska (otwarta). Zależność taka nie jest jednak prawdziwa przy braku tych założeń. Maskin i Riley podali przykłady aukcji, w których sprzedawca osiągnie większy zysk, jeśli sprzeda swój towar na aukcji angielskiej [Maskin i in. 2000]. Fakt ten potwierdza również „Pride of Poland" - jedna z bardziej znanych zarówno w Polsce jak i na świecie aukcji koni arabskich odbywającej się corocznie w Janowie Podlaskim. Oprócz aukcji głównej odbywającej się na zasadzie licytacji ma miejsce także przetarg w formie pisemnej zwany „Silent Sale". Zyski ze sprzedaży koni na aukcji otwartej są jednak nieporównywalnie większe w porównaniu z aukcją pierwszej ceny. Podczas ubiegłorocznej XXXVI aukcji „Pride of Poland" sprzedano 33 konie za łączną kwotę 953 000 euro, podczas gdy na „Silent Sale' zaledwie 7 za kwotę 39 550 euro. Wyniki te potwierdzają zatem, że w tym przypadku aukcja otwarta daje większy zysk niż aukcja pierwszej ceny.

Wnioski wysunięte w tej pracy rzucają pewne światło na porównanie aukcji asymetrycznych, nie pozwalają jednak rozwiązać tego problemu do końca. Prowadzone są badania, mające na celu ustalić zależności między aukcjami asymetrycznymi, w których uczestniczy więcej niż dwóch kupców oraz aukcjami, w których rozkłady wycen nie spełniają założeń przedstawionych przez nas twierdzeń [Lebrun, 1999].

LITERATURA

Drabik E. (2005) Zastosowanie teorii gier w ekonomii i zarządzaniu, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.

Graham D. A. Marshall R., C. (1987) Collusive Bidder Behavior of a Single Object Second Price and English Auction, Journal of Political Economy, 95: 1217-1239.

Lebrun B. (1999) First Price Auction In the Asymmetric N Bidders Case, International Economic Review, 40: 125-142.

Lebrun B. (1996) Existence of an Equilibrium in First-Price Auctions, Economic Theory, 7: 421-443.

Maskin E., Riley J. (2000) Asymmetric Auctions, Review of Economic Studies, Vol 67 No.3: 413-438.

McAfee P., McMillan J. (1992) Bidding Rings, American Economic Review, 82: 579-599.

Riley J., Samuelson L. (1981) Optimal Auctions, American Economic Review, 71: 381-392.

Samuelson W.F., Marks S. G. (1998) Ekonomia menedżerska, PWE, Warszawa.

Vickrey, W. (1961) Counterspeculations, Auctions and Competitive Sealed Tenders, Journal of Finance, 16: 8-37.

An attempt to analyze the auctions with different distributions of valuations

Summary: Until the end of the 90s, when analyzing auctions, it was assumed that distributions of bidders valuations are identical. However, this assumption is highly idealized and cannot be accepted for the majority of auctions - such auctions are called asymmetric. Works of art or thoroughbred horse auctions belong to his kind of auctions. This thesis tries to analyze auctions with different distribution of bidders valuations. It pays more attention to a comparison of seller`s expected revenue from a first price sealed-bid auction and an open (English) auction. It will show that Revenue Equivalent Theorem is not true in this situation. It will also prove that if the distributions of bidders valuations fulfill first order stochastic dominance then the first price sealed-bid auction will ensure higher expected revenue than the open (English) auction.

Key words: auction, distribution of valuations, seller`s expected revenue