Justyna Majewska
Katedra Statystyki, Akademia Ekonomiczna w Katowicach
e-mail: majewskaj@wp.pl

ESTYMATORY ODPORNE ZMIENNOŚCI W MODELU BLACKA - SCHOLESA

Streszczenie: Najważniejszym etapem przy wycenie opcji jest właściwe oszacowanie zmienności instrumentu finansowego. W przypadku występowania w zbiorze danych finansowych obserwacji odstających oraz grubych ogonów w rozkładzie danych zastosowanie znajdują odporne estymatory. W pracy przedstawione zostały odporne estymatory zmienności: t-estymatory oraz A-estymatory pozwalające na dokładniejsze wyznaczenie parametru zmienności. Dokonaliśmy analizy porównawczej wartości opcji na indeks WIG20 WGPW biorąc pod uwagę klasyczne odchylenie standardowe, odchylenie medianowe MAD, A-estymator oraz t-estymator. Wartości opcji zostały wyznaczone za pomocą powszechnie stosowanego przez inwestorów modelu wyceny europejskiej opcji kupna Blacka-Scholesa. Ponadto, w pracy przedstawiliśmy narzędzia modelowania odpornego do wykrywania obserwacji wpływowych i nietypowych oraz do analizy wpływu odporności estymatorów na pewne odstępstwa od założonego modelu.

Słowa kluczowe: odporne estymatory zmienności, t-estymatory, A-estymatory, model wyceny Blacka-Scholesa, odchylenie standardowe, odchylenie medianowe, punkty odstające, funkcja wpływu, punkt załamania, maksimum odchylenia.

WSTĘP

Powszechnie stosowany model wyceny europejskiej opcji kupna Blacka-Scholesa zakłada rozkład normalny stóp zwrotu instrumentu bazowego, zatem bardzo często parametr zmienności jest szacowany jako odchylenie standardowe. Powszechnie wiadomo, że rozkład obserwowanych danych finansowych rzadko jest rozkładem normalnym. Wręcz przeciwnie, często jest rozkładem leptokurtycznym z grubymi ogonami. W zbiorze danych finansowych bardzo często można wyróżnić wartości wyraźnie różniące się od pozostałych tzw. obserwacje odstające (ang. *outliers*), których występowanie może istotnie zmienić końcowy wynik analizy. W związku z powyższym odchylenie standardowe stosowane w modelu Blacka-Scholesa nie jest efektywnym estymatorem zmienności, a wyznaczenie wartości opcji z tego modelu jest obarczone błędem. Zasygnalizowane problemy występujące podczas stosowania modeli parametrycznych doprowadziły do rozwinięcia metod odpornych, a estymatory odporne stanowią alternatywę wobec klasycznych estymatorów. Idea zastosowania odpornych metod estymacji pojawiła się już w latach pięćdziesiątych XX wieku, a intensywnie rozwinęła się dzięki pracom Hubera (1964) i Hampela (1968).

Celem tej pracy jest zaprezentowanie odpornych estymatorów zmienności: A-estymatorów i t-estymatorów oraz zastosowanie ich w wyznaczeniu wartości opcji na indeks WIG20 Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych. Wykorzystując odchylenie standardowe, odchylenie medianowe MAD, A-estymator oraz t-estymator dokonamy analizy porównawczej wyceny opcji. Przedstawimy narzędzia modelowania odpornego do wykrywania obserwacji wpływowych i nietypowych oraz do analizy wpływu odporności estymatorów na pewne odstępstwa od założonego modelu.

PODSTAWOWE POJĘCIA

Głównym celem stosowania metod odpornych jest poprawa wyników estymacji parametrów służących do budowy modelu. W teorii metod odpornych rozpatrujemy miarę opisową zdefiniowaną jako funkcjonał $T(\cdot)$, który przyporządkowuje każdej dystrybuancie F $(F \in \Im$, $\Im$ - rodzina dystrybuant) pewną liczbę. Miary opisowe indukują nieparametryczny estymator $T(F_n)$, gdzie F_n jest empiryczną dystrybuantą (wykorzystywaną do estymacji F). Estymator $T(\cdot)$ nazywamy estymatorem odpornym, jeśli słabo reaguje na odchylenia od założonego modelu [Ostasiewicz 1998].

Badając odporność metod statystycznych, należy badać zachowanie się miar opisowych nie tylko na wyszczególnionej rodzinie dystrybuant np. rodzinie parametrycznej, ale również w jej najbliższym otoczeniu. Zatem dla danej dystrybuanty $F \in \mathrm{R}^d$, $d \geq 1$ oraz $\varepsilon \in [0,1]$ rozważamy, zdefiniowany przez Hubera, model ε-zaburzony (ang. ε - *conataminated model*)

$$\left\{ F_{\varepsilon,G} \,|\, \mathrm{F}_{\varepsilon,\mathrm{G}} = (1-\varepsilon)\mathrm{F} + \varepsilon \mathrm{G} \right\} \tag{1.1}$$

gdzie G jest dystrybuantą z udziałem 100ε zaburzeń.

Do badania odporności estymatorów na pewne odstępstwa od złożonego modelu wykorzystuje się różne narzędzia. Do najważniejszych należą funkcja wpływu, punkt załamania oraz maksimum odchylenia, które zostaną omówione w dalszej części tego rozdziału.

FUNKCJA WPŁYWU

Funkcja wpływu (ang. *influence function*) opisuje lokalną odporność estymatora na zaburzenia w próbie. Przy założeniu, że jest to zaburzenie punktowe, indukowane przez impuls skupiony w punkcie x (1.1) przybiera postać

$$F_{\varepsilon,\delta_x} = (1-\varepsilon)F + \varepsilon\delta_x \tag{1.2}$$

gdzie δ_x jest dystrybuantą Diraca w punkcie x, tj. $\delta_x(\{x\}) = 1$, $x \in \mathrm{R}^d$ ($d \geq 1$) oraz $\varepsilon \in [0,1]$.

Funkcja wpływu estymatora T dla dystrybuanty F w punkcie x jest zdefiniowana następująco

$$IF(x;T,F) = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{T((1-\varepsilon)F + \varepsilon\delta_x) - T(F)}{\varepsilon}. \tag{1.3}$$

Funkcjonał $T(\cdot)$ wraz z ograniczoną funkcją wpływu jest estymatorem odpornym [Zuo 2005].

MAKSIMUM ODCHYLENIA ORAZ PUNKT ZAŁAMANIA

Maksymalne odchylenie (ang. *maximum bias*) jest miarą globalnej odporności funkcjonału $T(\cdot)$ dla dystrybuanty F. Dla dowolnej dystrybuanty G z udziałem ε zaburzeń i modelu (1.1) maksimum odchylenia $T(\cdot)$ dla dystrybuanty F zostało zdefiniowane jako [Hampel i in. 1986]

$$B(\varepsilon;T,F) = \sup_G \left\| T(1-\varepsilon)F + \varepsilon G) - T(F) \right\| \tag{1.4}$$

Najmniejszy udział zaburzeń punktowych rozkładu F jest nazywany punktem załamania funkcjonału T dla dystrybuanty F, tj. $\varepsilon^* = \min\{\varepsilon : B(\varepsilon;T,F) = \infty\}$. Punkt załamania (ang. *breakdown point*) dzięki intuicyjnemu rozumieniu i prostym obliczeniom jest bardzo popularną miarą globalnej odporności estymatora T [Zuo 2005].

Posługując się powyższymi narzędziami modelowania odpornego można wykazać, że najbardziej popularna miara zmienności - odchylenie standardowe nie jest dobrym estymatorem odpornym. Załóżmy, że rozkład teoretyczny F jest standaryzowanym rozkładem normalnym $N(0,1)$, wtedy dla wariancji otrzymujemy

$Var(F_{\varepsilon,\delta_x}) = (1-\varepsilon)Var(F) + \varepsilon x$ oraz $Var(F_{\varepsilon,\delta_x}) - Var(F) = \varepsilon(x - Var(F))$.

Z tych równań wynika postać funkcji wpływu:

$$IF(x;Var,F) = \lim_{\varepsilon\to\infty}\left(\frac{\varepsilon(x-Var(F))}{\varepsilon}\right) = x - Var(F)$$

oraz wartość punktu załamania $\varepsilon^* = 0$, ponieważ dla każdego $\varepsilon > 0$ wartość funkcji $Var(F_{\varepsilon,\delta_x})$ jest nieograniczona ze względu na wartości x, które mogą przyjmować dowolnie duże wartości.

Ponadto, o braku odporności odchylenia standardowego logarytmicznych stóp zwrotu danego wzorem $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2}$ świadczy również wykorzystywana średnia arytmetyczna $\bar{r}$ z zaobserwowanych stóp zwrotu. Średnia nie jest dobrym estymatorem odpornym, bowiem wystarczy jedna wyraźnie odstająca obserwacja, aby istotnie zmienić wartość średniej.

W procedurach modelowania odpornego podstawową i niezwykle ważną kwestią jest identyfikacja obserwacji odstających (nietypowych i wpływowych), których wpływ na wyniki jest bardzo istotny. Przyczyny występowania obserwacji odstających mogą być różne. Wartości danych wyraźnie odstających od pozostałych mogą być wynikiem pomiaru jak też pochodzenia z innej populacji. Jednak nie powinniśmy ich lekceważyć i od razu eliminować. Bardzo krótko przedstawimy narzędzia służące wykrywaniu obserwacji odstających i nietypowych w zbiorze danych.
Podstawowym narzędziem służącym wykrywaniu obserwacji wpływowych jest macierz rzutowania:

$$H = X(X^T X)^{-1} X^T,$$

gdzie X jest macierzą obserwacji zmiennych objaśniających.
Macierz H ma wymiary $n \times n$, a jej elementy diagonalne oznaczane są w skrócie h_i i nazywają się wielkościami wpływowymi. Wpływ i-tej obserwacji na zmianę teoretycznej wartości zmiennej objaśnianej zależy wyłącznie od wielkości reszty e_i (różnicy pomiędzy wartością rzeczywistą y_i, a teoretyczną $\hat{y}_i$ wynikającą z równania hiperpłaszczyzny regresji) oraz i-tej wielkości wpływowej. Huber przyjął, że wartości wpływowe do 0,2 za bezpieczne, wartości pomiędzy 0,2 a 0,5 jako ryzykowne, a wartości większe od 0,5 za niedopuszczalne.

Przy wykrywaniu obserwacji nietypowych stosuje się reszty studentyzowane:

$$e^{*}_{(i)} = \frac{e_i}{s_{(i)}\sqrt{1-h_i}} \tag{1.5}$$

gdzie $s_{(i)}$ jest oceną odchylenia standardowego po usunięciu i-tej obserwacji. Wskaźnikiem mierzącym w sposób łączny nietypowość i wpływowość obserwacji jest

$$DFITS_i = e^{*}_{(i)}\sqrt{\frac{h_i}{1-h_i}} \ . \tag{1.6}$$

Przyjmując, że graniczna wartość reszt standaryzowanych wynosi 2, a średnia wartość wpływowa jest równa $\frac{k+1}{n}$, proponuje się następującą regułę odrzucania obserwacji odstających $\left|DFTIS_i\right| > 2\sqrt{\frac{k+1}{n-k+1}}$ [Ostasiewicz 1998].

ODPORNE ESTYMATORY ZMIENNOŚCI

Zastosowanie estymatorów słabo reagujących na zmiany może przyczynić się do prawidłowego oszacowania parametru zmienności, co jest niezwykle ważne dla inwestorów. Lax (1985) zaprezentował szereg odpornych estymatorów zmienności, jednak wśród nich najbardziej na uwagę zasługują A-estymatory, które wykazują się największą odpornością dla symetrycznych rozkładów z grubymi ogonami.

Niech $X_1,...,X_n$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi o identycznych rozkładach, wtedy A-estymator jest następującej postaci

$$s_A^2 = \frac{k_A^2}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(1-u_i^2)^4 e_i^2$$

gdzie

$$k_A^{-1} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(1-u_i^2)(1-5u_i^2)\ ; \quad u_i = \frac{e_i}{cs_0} \tag{2.1}$$

oraz
$$e_i = \begin{cases} X_i - M; (\left|X_i - M\right|) \le cs_0 \\ 0; (\left|X_i - M\right|) > cs_0 \end{cases}$$

gdzie
M jest odpornym estymatorem położenia (np. medianą) i
s_0 jest odchyleniem medianowym

$$\mathrm{MAD} = mediana\{|x_i - mediana\{x_i\}|\}, \tag{2.2}$$

natomiast c jest stałą. Lax podaje wartość c równą 9, zaś John Randal, Martin Lally oraz Peter Thompson zaproponowali $c = 10$ lub $c = 11$.

W przypadku występowania obserwacji odstających zmiany cen na rynku finansowym mogą być doskonale opisane przy użyciu rozkładu t-studenta z ν stopniami swobody. Niech Z i Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi, $X \sim N(0,1)$, Y ma rozkład χ_n^2, wtedy $t = \dfrac{Z}{\sqrt{\frac{1}{\nu}Y}}$ ma rozkład t-studenta z ν stopniami swobody. Ponadto, funkcja gęstości rozkładu t-studenta ma postać

$$p(x) = t_\nu(\mu, \sigma^2) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\nu\pi\sigma^2}}\left(1 + \frac{1}{\nu}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \tag{2.3}$$

gdzie μ jest wartością oczekiwaną, σ - odchyleniem standardowym.

Dla ν pomiędzy 3 a 9 rozkład t_ν uwzględnia „grube ogony”, natomiast gdy $\nu \to \infty$ rozkład t-studenta jest zbieżny do rozkładu normalnego N(0,1). Należy zaznaczyć, że rozkład t_ν ma nieskończone momenty rzędu k, gdy $k \geq \nu$. Stąd, $\nu \geq 3$ zapewnia skończoną wartość wariancji, zaś $\nu \geq 5$ - skończoną kurtozę.

T-estymatory zmienności oparte są na t-rozkładach i wymagają iteracyjnych procedur ich wyznaczania. Pierwszym ze sposobów wyznaczenia rodziny t-estymatorów jest zastosowanie metody największej wiarygodności (ang. *maximum likelihood function*). Metoda ta polega na wyznaczeniu funkcji wiarygodności $L = \prod_{i=1}^{n} p(x_i, \theta)$, następnie wyznaczeniu jej logarytmu $l = \ln(L) = \sum_{i=1}^{n} \ln p(x_i, \theta)$ oraz maksymalizacji tej funkcji.

Zatem, funkcja wiarygodności jest postaci

$$L = \prod_{i=1}^{n} p(x_i, \sigma) = \prod_{i=1}^{n} \frac{g_\nu}{\sigma\sqrt{\nu-2}}\left(1 + \frac{(x_i-\mu)^2}{\sigma^2(\nu-2)}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad \text{gdzie } g_\nu = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi}}.$$

Maksimum przewidujemy w zerze pochodnej, tzn. $\frac{\partial L}{\partial \sigma} = 0$.

Stąd otrzymujemy

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} w_i (x_i - \hat{\mu}_0)^2 \tag{2.4}$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \tag{2.5}$$

$$w_i = \frac{\nu+1}{\nu+2}\left(1 + \frac{(X_i - \hat{\mu}_0)^2}{(\nu-2)\hat{\sigma}_0^2}\right)^{-1} \tag{2.6}$$

Wzór (2.6) wskazuje, że iteracje powinny się rozpocząć od oszacowania wartości $\hat{\mu}_0$ oraz $\hat{\sigma}_0^2$. Do oszacowania tych parametrów wskazane jest użycie odpornych estymatorów MAD (2.2) lub interkwartyla IQD (ang. *interquartile distance*) [Tchernitser, Rubisov 2005]. Drugą metodą wyznaczania rodziny t-estymatorów jest metoda maksymalizacji wartości oczekiwanej EM (ang. *Expectation and Maximization*). Niech $X = (X_1, ..., X_n)$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi o identycznych rozkładach, Z_i - zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym $N(0,1)$, natomiast $Y_i = \frac{Y_i'}{\nu}$ - zmiennymi losowymi niezależnymi od Z_t, gdzie Y_i' ma rozkład χ_ν^2 ($p(y) = \nu\chi_\nu^2(\nu y)$). Wtedy

$$X_i = \mu + \frac{\sigma Z_i}{\sqrt{Y_i}} \qquad (i = 1,...,n) \tag{2.7}$$

ma rozkład t-studenta $t_\nu(\mu, \sigma)$ z $E(X_i^2) = \sigma^2$. Funkcja wiarygodności, po opuszczeniu wszystkich składników, które nie są zależne od μ i σ^2, jest następującej postaci

$$\log L = -\log \sigma^2 - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{n} Y_i (X_i - \mu)^2 .$$

Maksymalizacja wartości oczekiwanej $E(\log L|X)$ prowadzi do następującej postaci

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(Y_i|X)(X_i-\mu)^2$$

W przypadku, gdy Y_i ma rozkład $\chi_\nu^2/\nu-2$ otrzymujemy

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}(\frac{\nu+1}{\nu-2})\sum_{i=1}^{n}(1+\frac{(X_i-\mu)^2}{(\nu-2)\sigma_0^2})^{-1}(X_i-\mu)^2 .$$

W przypadku analizy dziennych logarytmicznych zwrotów, można bezpiecznie przyjąć, że $\mu = 0$. Wtedy, t-estymator zmienności ma następującą postać

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}(\frac{\nu+1}{\nu-2})\sum_{i=1}^{n} X_i^2(1+\frac{X_i^2}{(\nu-2)\hat{\sigma}_0^2})^{-1} . \tag{2.8}$$

Opierając się na wnioskach Tchernitsera i Rubisova w celu uzyskania najbardziej zadowalających wyników analiz dobiera się $\nu = 5$ dla t-estymatorów, ponieważ rozkład t_5 posiada największe „grube ogony" spośród t-rozkładów ze skończoną wariancją i kurtozą.

MODEL WYCENY BLACKA-SCHOLESA

Model Blacka-Scholesa stał się podstawowym podejściem wykorzystywanym przez praktyków rynków finansowych. Umożliwia on w prosty sposób wyznaczenie wartości opcji. Rozwiązanie zaproponowane przez Blacka i Scholesa, jakkolwiek przełomowe i bardzo popularne, nie jest pozbawione pewnych wad. Twórcy modelu założyli, że ceny instrumentu bazowego zmieniają się zgodnie z geometrycznym ruchem Browna, którego parametry są stałe. Niestety, jak pokazują liczne badania empiryczne, zmienność cen akcji nie jest stała w czasie. Efektem tego jest systematyczny błąd w wycenie opcji, gdy korzysta się ze zmienności historycznej [Jakubowski in. 2003].

Zgodnie z modelem Blacka-Scholesa wartość europejskiej opcji kupna na instrument nie wypłacający dywidendy dana jest wzorem:

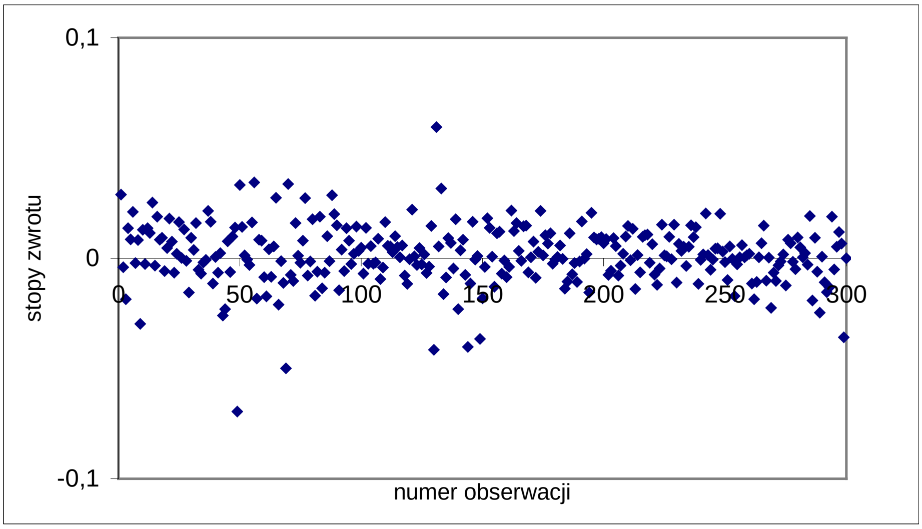
$$c = SN(d_1) - Ee^{-rT}N(d_2) , \tag{3.1}$$

gdzie: $d_1 = \dfrac{\ln(\frac{S}{E}) + (r + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$ $d_2 = \dfrac{\ln(\frac{S}{E}) + (r - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$

c - wartość europejskiej opcji kupna,
S - cena instrumentu bazowego,
E - cena wykonania opcji,
r - stopa wolna od ryzyka,
T - długość okresu do terminu wygaśnięcia opcji, wyrażana w latach,
σ - zmienność stopy zwrotu instrumentu bazowego,
$N(d)$- wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego dla argumentu równego d. Zauważmy, że wyznaczenie wartości opcji sprowadza się do oszacowania parametru zmienności (volatility), gdyż pozostałe parametry są znane.

PRZYKŁAD EMPIRYCZNY

Poniższy przykład o charakterze ilustracyjnym pozwoli dokonać analizy pomiędzy wartościami parametrów zmienności dla modelu podstawowego (zawierającego wszystkie obserwacje) oraz modelu tzw. odpornego (z którego zostały usunięte obserwacje odstające). Parametry modelu stóp zwrotu zostały wyestymowane na podstawie 300 obserwacji poprzedzających dzień analizy tj. 12.05.2006 (dzienne logarytmiczne stopy zwrotu, rysunek 1).



Rysunek 1. Dynamika zmian wartości logarytmicznych stóp zwrotu WIG20
Źródło: obliczenia własne

Aby wytypować w rozpatrywanym 300 elementowym zbiorze danych finansowych obserwacje odstające wyznaczyliśmy wartości teoretyczne stóp zwrotu $\hat{y}_i$, wartości wpływowe h_i, wielkości reszt studentyzowanych $e^*_{(i)}$ oraz wskaźnik $DFTIS_i$. Równanie trendu dla wszystkich 300 obserwacji wynosi $\hat{y}_t = -1{,}4e - 05t + 0{,}00363$, współczynnik korelacji 0,01, a błąd standardowy 0,013. Dla trzech obserwacji: 49, 69 i 130 bezwzględna wartość reszty studentyzowanej równej odpowiednio dla tych obserwacji 4,754; 4,135; 4,4 jest większa od progowej wartości reszty studentyzowanej wynikającej z rozkładu t-studenta wynoszącej 3,2905. Już na tym etapie obserwacje powinny być uznane za obserwacje nietypowe. Na podstawie miernika $DFTIS_i$ te trzy obserwacje można uznać za odstające i należy odrzucić z rozpatrywanego zbioru danych. Po odrzuceniu tych danych współczynnik korelacji poprawia się. Pozostałe obserwacje różniące się od obserwacji występujących w zbiorze można uznać jedynie za ryzykowne.

Dla modelu podstawowego i modelu bez obserwacji odstających wyznaczyliśmy zmienność stóp zwrotu wykorzystując klasyczne odchylenie standardowe, odchylenie medianowe (2.2), odporny A-estymator (2.1) oraz t-estymator (2.4 i 2.6). Tabela prezentuje uzyskane wartości:

Tabela 1 Zmienność stóp zwrotu w skali roku dla indeksu WIG20

Parametr zmienności	**Model podstawowy**	**Model odporny (bez 3 obserwacji)**
odchylenie standardowe	21,60%	19,10%
MAD	18,97%	18,13%
A-estymator $(c = 10)$	19,32%	18,75%
t-estymator $(\nu = 5)$	16,75%	16,67%

Źródło: Obliczenia własne

Na podstawie powyższych wyników można stwierdzić, że najbardziej stabilnym estymatorem zmienności jest t-estymator. Natomiast występujące obserwacje odstające mają silny wpływ na oszacowanie zmienności obliczanej jako odchylenie standardowe.

Oszacowania parametrów zostały wykorzystane do wyceny opcji. Rozważmy przykładową europejską opcję kupna na indeks WIG20, której okres do wygaśnięcia wynosi 3 miesiące. Wartość indeksu w dniu 12.05.2006 wynosiła 3298 zł, zaś cena wykonania wynosi 1100. Wolna od ryzyka stopa procentowa kształtuje się na poziomie 5 % w skali roku. Wyniki wyceny opcji kupna przedstawione zostały w Tabeli 2.

Tabela 2 Wartości wyceny opcji na indeks WIG20 dla różnych estymatorów zmienności

	Wartość opcji	
Parametr zmienności	**Model podstawowy**	**Model odporny (bez 3 obserwacji)**
odchylenie standardowe	198,81 zł	212,39 zł
A-estymator $(c = 10)$	211,20 zł	214,30 zł
t-estymator $(\nu = 5)$	226,26 zł	226,14 zł

Źródło: obliczenia własne

Powyższe wyniki jedynie potwierdzają, że najdokładniejsze wartości ceny opcji otrzymamy stosując odporne estymatory zmienności.

ZAKOŃCZENIE

Znaczenie zmienności w zarządzaniu ryzykiem jest fundamentalne. W związku z szybkim rozwojem instrumentów pochodnych i stałym wzrostem ryzyka, inwestorzy zmuszeni są do poszukiwania lepszych metod estymacji zmienności, gdyż prawidłowe oszacowanie parametru zmienności umożliwia zmniejszenie ryzyka inwestycji lub osiągnięcie większych dochodów. Zastosowanie estymatorów odpornych w wycenie opcji przyczyni się do dokładniejszego wyznaczenia wartości opcji.

LITERATURA

Geske R., Torous W. 1987. Volatility and Mispricing: Robust Variance Estimation and Black-Scholes Call Option Pricing, University of California

Huber P.J. 1981. Robust statistic, Wiley, New York

Hampel F.R., Ronchetti E.M., Rousseeuw P.J., Stahel W.A. 1986. Robust Statistic: The approach based on influence functions, Wiley, New York

Jakubowski J., Palczewski A., Rutkowski M., Stettner Ł. 2003. Matematyka finansowa, WNT, Warszawa, str.199, 182-191

Lax D.A. 1985. Robust estimamators of scale: infite-sample performance in long-tailed symmetric disrtibutions, J. Am. Sta. Assoc., 80, str. 736-741

Ostasiewicz W. 1998. Statystyczne metody analizy danych, Wydawnictwo AE im. Oscara Langego we Wrocławiu, str. 235-274

Tchernitser A., Rubisov D.H. 2005. Robust estimation of historical volatility and correlation in risk management, University of Toronto, str. 1-10

Zuo Y. 2005. Robust location and scatter estimators in multivariate analysis, Michigan State Univ.

Robust estimators of volatility in the Black-Scholes option picing model

Summary: Correct estimation of volatility of financial asset is the most important stage in option pricing. Financial time series have two features which prevent use of conventional estimators of volatilities such as outliers and leptokurtotic tails of data distributions. In this paper, we presented robust estimators of volatility t-estimators and A-estimators, which are required to achieve stable and accurate results. We made comparative analysis of option's values on index WIG20 in Warsaw Stock Exchange taking into consideration following volatility parameters: standard deviation, median absolute deviation, t-estimator and A-estimator. The values of options were estimated by generally known the Black-Scholes option pricing model. Besides, we presented three most popular robustness measures and powerful tools of robust statistic for outlying observations identification.

Key words: robust estimators of volatility, t-estimator, A-estimator, Black-Scholes option pricing model, standard deviation, median absolute deviation, outliers, influence function, breakdown point, maximum bias.