Bolesław Borkowski
Katedra Ekonometrii i Informatyki SGGW

Metody uwzględniania ryzyka w modelach decyzyjnych opartych na teorii gier

Wprowadzenie

Ubiegłoroczna Nagroda Nobla w ekonomii przyznana przedstawicielom matematyki (John Nash z Princeton, John C. Harsanyi z Berkeley i Reinhard Selten z Bonn) wywołała wielkie zainteresowanie teorią gier, tą, jak się okazało, mało znaną i wywołującą wiele nieporozumień dziedziną. Nazwa teorii gier jest bardzo myląca, większość ludzi kojarzy tę dziedzinę z szachami, brydżem albo pokerem. W ubiegłym roku sytuacja się zmieniła. Nagrodę Nobla przyznano trzem specjalistom z teorii gier i coś przestało się zgadzać. „Nobel za pokera" to cytat z *Polityki*. Nagroda ta nie została przyznana za pokera. Jeśli chodzi o gry towarzyskie, to teoria gier ma tu najmniej do powiedzenia. Teoria gier ma duże zastosowanie przede wszystkim w ekonomii, a także w rolnictwie.

W ostatnich latach sformułowano wiele modeli w różny sposób wykorzystujących teorię gier w polskim rolnictwie. Problematyka prognozowania w warunkach niepewności lub ryzyka jest bardzo obszerna. W literaturze naukowej w ostatnich latach wiele uwagi poświęcono problemowi ryzyka w planowaniu. Liczne problemy decyzyjne w sferze planowania i zarządzania gospodarstwem rolnym mają postać tzw. gier z naturą. Gra z naturą jest grą dwuosobową o sumie zero, w której graczem P_1 jest decydent lub organ podejmujący decyzję, a graczem P_2 – natura. Zasadnicza różnica między grą dwuosobową o sumie zero (tzn. taką grą, w której tyle ile wygrywa jeden gracz, tyle samo przegrać musi drugi gracz) a grą człowieka z naturą polega na tym, że w przypadku pierwszym przy wyborze strategii musimy liczyć się z dążeniem drugiego gracza do osiągnięcia maksymalnej korzyści (lub minimalnej straty). W drugim przypadku zaś „wybór strategii" przez naturę jest losowy. W niniejszym artykule przedstawimy sposoby uwzględniania ryzyka w rolniczych modelach decyzyjnych przy wyborze optymalnej strategii czystej (na przykładzie określonej uprawy w gospodarstwie rolniczym) przy nieznanym *a priori* typie pogody.

Przez model decyzyjny rozumiemy konstrukcję formalną, odwzorowującą istotne cechy rzeczywistej sytuacji decyzyjnej. Model taki może być sformułowany w różnej postaci. Matematyczna postać modelu decyzyjnego może być następująca (por. M. Siudak [6]):

$$Z = f(X_1, X_2, ..., X_n) \tag{1}$$

gdzie: zmienne $X_1, X_2, ..., X_n$ są to zmienne decyzyjne,
Z – miara oceny podjętej decyzji,
f – funkcja odwzorowująca zależność pomiędzy zmiennymi decyzyjnymi a miarą oceny Z.

Zmienne decyzyjne w zależności (1) określają alternatywne sposoby działania, np. przy wyborze uprawy polowej, wielkości produkcji poszczególnych upraw polowych są określone przez wartość zmiennych decyzyjnych. W zależności od parametrów występujących w modelu decyzyjnym mamy do czynienia z różnymi rodzajami modeli decyzyjnych. Biorąc pod uwagę charakter parametrów, modele decyzyjne dzielą się najczęściej na modela deterministyczne i modele stochastyczne. Nas będą interesować modele stochastyczne, w których oprócz parametrów zdeterminowanych występują parametry będące zmiennymi losowymi. Modele stochastyczne dzielą się najczęściej na modele statystyczne i modele strategiczne.

Podstawowe pojęcia z teorii gier strategicznych

Rozwiązywanie problemów decyzyjnych (modeli statystycznych i/lub modeli strategicznych) opiera się na teorii gier strategicznych. Teoria ta dostarcza podstaw do rozwiązywania zarówno decyzyjnych modeli strategicznych, jak i modeli statystycznych (por. Z. Dowgiałło [1]).

Gra strategiczna jest matematycznym modelem sytuacji konfliktowej, w której występują strony dążące do przeciwstawnych celów. Strony te zwykło nazywać się graczami, a wynik konfliktu (czyli gry) – wygraną jednej ze stron. W grze strategicznej jedyną informacją, jaką dysponuje gracz, jest znajomość strategii wszystkich graczy oraz funkcji wypłat.

Przez pojęcie strategii należy rozumieć regułę określającą wybór poszczególnych ruchów w grze przez gracza. Funkcja wypłat natomiast jest funkcją przyporządkowującą danemu graczowi wynik gry w zależności od zastosowanych przez wszystkich graczy strategii (por. M. Siudak [7]).

Celem gry towarzyskiej jest wygrana. W grach, które opisują zjawiska ekonomiczne, jest to bardziej skomplikowane, zarobić można w nich trochę mniej lub trochę więcej. Spór dotyczy tu przede wszystkim tego, ile biorący udział w grze mogą zarobić. Kiedy wypłaty graczy mierzy się suma uzyskanych pieniędzy, sytuacja jest prosta, ale czasem sytuacja jest bardziej skomplikowana. Jak uwzględnić w „wypłacie" taką sytuację: zarobiłem trochę mniej, ale zachowałem się przyzwoicie?

W grach dwuosobowych o sumie zerowej każdy z graczy ma strategię optymalną. Sytuacje najczęściej spotykane w ekonomii zazwyczaj nie mają sumy zerowej ani nawet stałej, tzn. od strategii zastosowanych przez graczy zależą nie tylko wypłaty poszczególnych graczy, ale także ich suma. Jako pierwszy, który badał gry o dowolnej sumie i udowodnił, że każda taka gra (ze skończoną liczbą strategii każdego gracza) ma równowagę (najlepsze rozwiązania dla wszystkich uczestników gry) jest ubiegłoroczny laureat Nagrody Nobla John. Drugi z ubiegłorocznych noblistów, Reinhard Selten, wprowadził pojęcie równowagi doskonałej.

Podstawowym elementem gry w postaci rozwiniętej jest tzw. drzewo. Jest to układ strzałek, jak pokazano przykładowo na rysunkach 1 i 2. Każda strzałka na rysunku odpowiada podjęciu decyzji przez jednego gracza. Punkty leżące na początku i końcu każdej strzałki nazywają się wierzchołkami i opisują pozycję w grze (są to punkty *a, b, c, d, e, f, g*). Liczby w nawiasach, oddzielone średnikami, oznaczają wygrane: pierwsza – wygrana gracza 1, druga – wygrana gracza 2. Rozpoczynający grę gracz 1 może wybrać pozycję *b* lub *c*. Gracz 2 z tych pozycji może wybrać posunięcia z *b* do *d* lub *e* albo z *c* do *f* lub *g*. Ten opis jest bardzo prosty, niemniej jednak obrazuje ideę teorii gier. Gracz nr 1 stoi przed wyborem, czy wybrać drogę prowadzącą do *b* (czyli wariant bardziej ostrożny, ale zapewniający minimum wygranej na poziomie równym 1), czy zaryzykować i wybrać drogę prowadzącą do *c*, która może zapewnić wygraną na poziomie równym 2 (punkt *f*), ale jednocześnie musi liczyć się z faktem, że może nic nie osiągnąć (punkt *g*).

Współczesny matematyczny model konfliktu interesów – teorii gier – przypisuje się ogólnie von Neumanowi. Książka von Neumana i Morgensterna „Theory of Games and Economic Behaviour" spowodowała prawdziwy przełom w myśli ekonomicznej. Pomimo tego teoria gier nie była powszechnie wykorzystywaną metodą w naukach ekonomicznych. Za jednego z pierwszych, który włączył zasadę maksiminimum, jak też zasadę minimaksimum (potem też i inne kryteria decyzyjne) do modeli decyzyjnych, określających zarządzanie przedsiębiorstwem, uważa się McInnerneya [3]. Przełamał on w ten sposób stan zwątpienia co do możliwości korzystnych zastosowań teorii gier w rolnictwie. Były to między innymi modele decyzji w warunkach nieznajomości cen i kosztów, modele rozwijania współpracy farmerów, wprowadzania innowacji, przetargu, modele związane z nieprzewidywalnością pogody i inne. Wszystkie te aplikacje J.L. Dillon [2] ocenił negatywnie jako upraszczające zagadnienia i dające zbyt małe korzyści. Jedynie „grze przeciw naturze" dał on szanse na większe znaczenie praktyczne. W ostatnich latach sformułowano wiele modeli w różny sposób stosujących teorię gier w polskim rolnictwie, z wykorzystaniem różnych kryteriów celu stosowanych w tej teorii. Przeglądu tych aplikacji dokonał S. Jabłonowski [4] w swojej pracy doktorskiej.

Dwuosobowa gra o sumie zero (gry z naturą)

W każdej grze z naturą musimy mieć zadaną albo **funkcję straty,** określającą stratę decydenta, albo też **funkcję efektywności**, określającą jego korzyść. Nie ma jednak potrzeby oddzielnego rozpatrywania gier z zadaną **funkcją straty** i gier z zadaną **funkcją efektywności**. Wystarczy za podstawę przyjąć jedną z tych funkcji (por. T. Marszałkowicz [5]). Rozważmy na praktycznym przykładzie problem wyboru jednej działalności z trzech alternatywnych działalności przy pięciu różnych stanach natury (typach pogody).

W tabeli 1 przedstawiono wartości produkcji (*Fij*) w zł z ha dla trzech różnych upraw (A_j), przy pięciu różnych stanach natury (N_i). Zakładamy, że nie istnieją żadne inne ograniczenia uprawy tych roślin, poza obszarem gospodarstwa, jak też, że wybór ograniczony jest do tych trzech upraw. Jako kryterium celu przyjmiemy maksymalizację wartości produkcji. Plan układamy dla przyszłego roku i nie jesteśmy w stanie przewidzieć, jaki będzie stan pogody. Musimy jednak zdecydować się na wybór optymalnej decyzji. W zależności więc od wariantu decyzji i zaistniałych już po podjęciu decyzji warunków klimatycznych otrzymamy określone przychody. Wybór optymalnej decyzji jest równoważny wyborowi optymalnej strategii w grze z naturą z określoną funkcją efektywności. Wynik podjętej decyzji zależy od stanu natury zaistniałego w okresie realizacji przedsięwzięcia.

Kryteria decyzyjne

Znanych jest kilka podstawowych kryteriów decyzyjnych, które mogą być stosowane w zależności od charakteru sytuacji decyzyjnej prowadzącej do modelu gry z naturą. Prezentując kryteria, zakładamy, że zbiory decyzji i stanów natury są skończone. W niniejszym artykule przedstawimy podstawowe kryteria decyzyjne dotyczące wyboru strategii (uprawy w gospodarstwie rolniczym) przy nieznanym *a priori* typie pogody. Dla lepszego zrozumienia kryteria te omówimy na podstawie wyboru strategii czystej (wyboru jednej uprawy polowej spośród wielu innych).

Tabela 1.
Wartość produkcji w zł na ha dla różnych upraw w zależności od typu przebiegu pogody

Stan natury (*i*)	Strategia (*j*)			
	uprawa żyta	uprawa pszenicy	uprawa rzepaku	max F_{ii} (*j*)
	A_1	A_2	A_3	
N1 – typ pogody A	660	820	690	820
N2 – typ pogody B	660	880	880	880
N3 – typ pogody C	720	780	940	940
N4 – typ pogody D	830	780	770	830
N5 – typ pogody E	780	630	610	780
min *Fij* (i)	660	630	610	–

gdzie: *Fij* – oznacza wartość produkcji w zł przy N_i-tym typie pogody i A_j-tej uprawie, dla *i* = 1, ..., 5; *j* = 1, 2, 3.

Kryterium maksiminimum i minimaksimum (Walda)

Kryterium to określa skrajnie pesymistyczną strategię decydenta (decyzję). Zakłada ona bowiem, że decydent powinien stosować najostrożniejszą strategię, będącą jego najlepszą strategią na najbardziej niekorzystny stan natury. Przy stosowaniu zasady maksiminimum jako strategię optymalną przyjmujemy taką strategię Aj, dla której:

$$F_{ij}(s) = \max_{j}(\min_{i} F_{ij}) \tag{2}$$

gdzie:

F_{ij} – oznacza wartość przyjętego kryterium celu przy i-tym stanie natury dla j-tej strategii ($i = 1, ..., I; j = 1,...,J$),

$F_{ij}(s)$ – oznacza najwyższą gwarantowaną wartość przyjętego kryterium celu, jaką co najmniej osiągniemy niezależnie od tego, jaki wystąpi stan natury,

I – oznacza liczbę wyodrębnionych stanów natury,

J – oznacza liczbę przyjętych strategii.

Wracając do przykładu zamieszczonego w tabeli 1, widzimy, że wybierając uprawę żyta, osiągniemy co najmniej 660 zł/ha, uprawę pszenicy – co najmniej 630 zł/ha, uprawę rzepaku – co najmniej 610 zł/ha. A więc z punktu widzenia zasady maksiminimum optymalną strategią czystą będzie uprawa żyta. Wybierając do realizacji uprawę rzepaku, moglibyśmy przy korzystnym stanie natury (typie pogody) uzyskać 940 zł/ha, a więc więcej niż w najkorzystniejszym przypadku dla żyta (830 zł/ha). W przypadku natomiast niekorzystnego przebiegu pogody uzyskalibyśmy tylko 610 zł/ha.

Gdyby natomiast przedmiotem naszego wyboru było określenie najniższych kosztów w najgorszych warunkach, wówczas moglibyśmy zastosować zasadę minimaksimum. Przy stosowaniu zasady minimaksimum jako strategię optymalną przyjmujemy taką strategię A_j, dla której:

$$F_{ij}(s) = \min_{j} (\max_{i} F_{ij}) \tag{3}$$

gdzie:

$F_{ij}(s)$ – oznacza najniższą gwarantowaną wartość przyjętego kryterium celu. Pozostałe oznaczenia jak w równaniu (2).

Wybór strategii zgodnie z zasadą maksiminimum lub w przypadku kosztów zasadą minimaksimum opiera się na założeniu, że człowiek odznacza się **awersją do ryzyka**. Zakłada się, że człowiek woli mieć możliwość uzyskania nawet niższej wartości maksymalnej produkcji lub zysku, byle tylko mieć zagwarantowaną najwyższą ich wartość minimalną.

Kryterium minimaksimum i kryterium maksiminimum określają preferencje dla takich decyzji, z którymi związane jest najmniejsze ryzyko, a więc jego stosowanie jest wyrazem zdecydowanej awersji do ryzyka. W niektórych sytuacjach decyzyjnych jest to oczywiście uzasadnione. Niekiedy jednak stosowanie tego kryterium nie ma sensu. O ile stosowanie zasady maksiminimum (lub przy minimalizacji kryterium celu zasady minimaksimum) jest strategią pesymistyczną, to wybór takiej strategii, która daje możliwość osiągnięcia (ale bez gwarancji osiągnięcia) maksymalnej wartości, jest strategią optymistyczną. Dlatego też niekiedy proponuje się kierować średnią ze strategii pesymistycznej i optymistycznej (por. W. Sadowski [8]. Dla naszego przykładu liczbowego zamieszczonego w tabeli 1 kryterium to wynosi: dla $A_1 = 745$ (średnia z 660 i 830), $A_2 = 755$ (średnia z 630 i 880), $A_3 = 775$ (średnia z 610 i 940). Najlepszą strategią optymalną ze strategii pesymistycznej i optymistycznej jest – jak widać – strategia A_3.

Kryterium Hurwicza

Zaproponowane przez L. Hurwicza kryterium decyzyjne zakłada, że decydent przy podejmowaniu decyzji uwzględnia ocenę swego pesymizmu w stosunku do przewidzianych stanów natury. Wskaźnikiem (oceną) pesymizmu jest liczba spełniająca warunek $0<\alpha<1$. Skrajny optymizm (kompletny brak pesymizmu) oznacza przyjęcie $\alpha = 0$, natomiast $\alpha = 1$ oznacza skrajny pesymizm. Kryterium Harwicza określa jako optymalną tę decyzję, która maksymalizuje średnią ważoną przewidywanych najmniejszej i największej wartości produkcji z wagami odpowiednio: $1-\alpha$.

$$Fij(w) = \max_j (\min_i F_{ij} + (1-\alpha) \max_i F_{ij}) \qquad (4)$$

gdzie:

$F_{ij}(w)$ – oznacza maksymalną średnią ważoną wartość przyjętego kryterium celu,

$1-\alpha$ – są danymi wagami.

Pozostałe oznaczenia jak w równaniu (2).

Gdy $\alpha = 0$, kryterium Hurwicza pokrywa się ze strategią optymistyczną, która zaleca maksymalizację wartości maksymalnych kryteriów celu dla wszystkich stanów natury, a więc odpowiadające bardzo niepewnym wynikom. Jeżeli $\alpha = 1$, kryterium Hurwicza pokrywa się z kryterium Walda, które zaleca maksymalizację minimum spodziewanych kryteriów celu dla wszystkich stanów natury (kryterium pesymistyczne, zachowawcze).

Na podstawie danych zawartych w tabeli 1 wyznaczymy optymalną strategię za pomocą kryterium Hurwicza.

$A_{opt} = \max (660 \cdot 0{,}5 + 830 \cdot 0{,}5; 630 \cdot 0{,}5 + 880 \cdot 0{,}5; 610 \cdot 0{,}5 + 940 \cdot 0{,}5)$

$A_{opt} = 775$

Tabela 2.
Wybór optymalnej decyzji za pomocą kryterium Hurwicza, przyjmując wskaźnik pesymizmu = 0,5

Stan natury (i)	Strategia (j)		
	uprawa żyta	uprawa pszenicy	uprawa rzepaku
	A_1	A_2	A_3
N_1 – typ pogody A	660	820	690
N_2 – typ pogody B	660	880	880
N_3 – typ pogody C	720	780	940
N_4 – typ pogody D	830	780	770
N_5 – typ pogody E	780	630	610
min F_{ij} (i)	660	630	610
max F_{ij} (i)	830	880	940
$\max\limits_{j} F_{ii}$ (w)	745	755	775

Przy wykorzystaniu kryterium Hurwicza otrzymaliśmy optymalną strategię A_3. Podstawowym zarzutem, który wysuwa się pod adresem Hurwicza, jest całkowicie arbitralny, subiektywny wybór wskaźnika pesymizmu. Niektórzy autorzy sugerują ominięcie tego problemu poprzez znalezienie dostatecznie dużego zbioru rozwiązań odpowiadających różnym wartościom wskaźnika pesymizmu (por. A. Miklewski [6]). Należy przyznać, że obecna technika komputerowa pozwala w krótkim czasie dokonać tego typu obliczeń. Pozostaje kwestia wyboru jednego rozwiązania spośród k-tych uzyskanych rozwiązań.

Kryterium Savage'a

Kryterium to oparte jest na kryterium minimaksowym, stosowanym jednak nie bezpośrednio do poszczególnych wartości kryterium celu uzyskiwanych przy i-tym stanie natury, lecz do tzw. funkcji wyrażającej skutki błędnych decyzji dla poszczególnych stanów natury. W przypadku maksymalizacji kryterium celu funkcję strat alternatywnych oblicza się następująco:

– dla każdego i-tego stanu natury wyznaczamy macierz strat alternatywnych,
– funkcja strat alternatywnych zdefiniowana jest następująco:

$$F'_{ij} = \max_{j} F_{ij} - F_{ij} \qquad (5)$$

gdzie:

F'_{ij} – oznacza wartość strat alternatywnych dla każdego i-tego stanu natury; pozostałe oznaczenia jak w równaniu (2).

Kryterium Savage'a określa jako optymalną tę strategię, która minimalizuje maksymalną stratę alternatywną, tzn. dla której zachodzi równość:

$$F_{ij}(s) = \min_{j}(\max_{i} F'_{ij}) \qquad (6)$$

Oznaczenia jak w równaniach (2) i (5).

Tabela 3.
Macierz strat alternatywnych obliczona dla przykładu zamieszczonego w tabeli 1

Stan natury (*i*)	Strategia (*j*)		
	uprawa żyta	uprawa pszenicy	uprawa rzepaku
	A_1	A_2	A_3
N_1	160	0	130
N_2	220	0	0
N_3	220	160	0
N_4	0	50	60
N_5	0	150	170
$\max\limits_{i} F'_{ij}$	220	160	170

Dla naszego przykładu zamieszczonego w tabeli 2 wyznaczamy dla każdego *i*-tego stanu natury max F_{ij}:

dla $N_1 = 820$,
dla $N_2 = 880$,
dla $N_3 = 940$,
dla $N_4 = 830$,
dla $N_5 = 780$.

Korzystając ze wzoru (5), wyznaczamy macierz strat alternatywnych (żalu – określenie często spotykane w polskiej literaturze).

Według kryterium Savage'a optymalną strategią jest strategia A_2 (uprawa pszenicy).

Kryterium Bayesa-Laplace'a

Powyższe kryteria decyzyjne dotyczyły wyboru strategii przy jednokrotnej realizacji. Natomiast przy wielokrotnej realizacji podjętej decyzji strategią optymalną jest taka, która charakteryzuje się najwyższą wartością średnią, ważoną częstością występowania poszczególnych stanów natury. Zasada takiego wyboru nosi nazwę zasady Bayesa-Laplace'a. Stosowanie zasady Bayesa-Laplace'a opiera się na założeniu, że poszczególne stany natury zachodzą ze znanymi prawdopodobieństwami (równanie 7):

$$F_{ij}(n) = \max_{j=1} (F_{ij}\, p_i)/p_i \quad_{i=1} \qquad (7)$$

gdzie:

$F_{ij}(n)$ – oznacza najwyższą ze średnich ważonych wartości przyjętego kryterium celu obliczonego dla poszczególnych strategii,

Tabela 4.
Wartość produkcji w zł dla różnych strategii w zależności od stanu natury przy założeniu częstości występowania danego stanu natury

Stan natury (i)	Częstość występowania	Strategia (j)		
		uprawa żyta	uprawa pszenicy	uprawa rzepaku
	p_i	A_1	A_2	A_3
N_1	0,05	660	820	690
N_2	0,20	660	880	880
N_3	0,50	720	780	940
N_4	0,20	830	780	770
N_5	0,05	780	630	610
$\max\limits_{j} F_{ij}(n)$		730	795	865

Strategią optymalną jest strategia A_3 (uprawa rzepaku).

F_{ij} – wartość przyjętego kryterium celu przy i-tym stanie natury dla j-tej strategii ($i = 1, ..., I; j = 1, ..., J$),

p_i – częstość występowania i-tego stanu natury,

Kryterium Hodge'a-Lehmanna

Kryterium Hodge'a-Lehmanna jest kombinacją kryteriów:
- Walda,
- Bayesa-Laplace'a,
- Hurwicza.

Niech ($0 \leq \alpha \leq 1$) będzie danym wskaźnikiem pesymizmu (określonym analogicznie jak w kryterium Hurwicza). Zakładamy ponadto, że znane są prawdopodobieństwa $p_1, p_2, ..., p_n$ poszczególnych stanów natury. Dla każdej strategii obliczamy następujące wartości:

$Q'_j = \max(\min F'_{ij})$ – jako kryterium maksiminimum, dla $j = 1, ..., J$,

$Q''_j = \max F_{ij}(n)$ – jako kryterium Bayesa-Laplace'a, dla $j = 1, ..., J$,

$Q_j = Q'_j + (1 -) Q''_j$, dla $j = 1, ..., J$.

Kryterium Hodge'a-Lehmanna określa jako optymalną tę strategię, dla której Q_j jest najmniejsze, tzn. dla której:

$$F_{ij}(r) = \min_{j} Q_j \tag{8}$$

gdzie:

$F_{ij}(r)$ – oznacza najniższą ze średnich ważonych wartości przyjętego kryterium celu obliczonego dla poszczególnych strategii.

Zwróćmy uwagę, że dla $\alpha = 1$ kryterium Hodge'a-Lehmanna pokrywa się z kryterium maksiminimum (Walda), natomiast dla $\alpha = 0$ kryterium to pokrywa się z kryterium Bayesa-Laplace'a.

Wybór optymalnej strategii za pomocą kryterium Hodge'a-Lehmanna zilustrujemy na podstawie danych zamieszczonych w tabeli 1, przyjmując = 0,5, a prawdopodobieństwa dla poszczególnych stanów natury są takie same jak w kryterium Bayesa-Laplace'a (por. tabela 5).

Tabela 5.
Wybór optymalnej strategii za pomocą kryterium Hodge'a-Lehmanna

Stan natury (*i*)	Strategia (*j*)		
	uprawa żyta	uprawa pszenicy	uprawa rzepaku
	A_1	A_2	A_3
$N_1 = 0,05$	660	820	690
$N_2 = 0,20$	660	880	880
$N_3 = 0,50$	720	780	940
$N_4 = 0,20$	830	780	770
$N_5 = 0,05$	780	630	610
min F'_{ij}	660	630	610
(*i*)	730	795	865
max $F_{ij}(n)$			
(*i*)	659	713	738
min Q_j			
j			

Optymalną decyzją jest strategia A_1 (uprawa żyta).

Podobnie jak w przypadku kryterium Hurwicza dyskusyjna jest kwestia określenia wartości wskaźnika pesymizmu.

Podsumowanie

Stosowanie różnych kryteriów decyzyjnych zaproponowanych przez różnych autorów dla określenia optymalnej strategii w tym samym problemie decyzyjnym prowadzi na ogół do różnych wyników. W każdym konkretnym przypadku powstaje zatem problem wyboru kryterium decyzyjnego.

Niewątpliwie najlepszym kryterium jest kryterium Bayesa-Laplace'a. Z formalnego punktu widzenia można go stosować jedynie wtedy, gdy posiadamy informacje o rozkładzie stanów natury. Ponadto stosowanie kryterium Bayesa-Laplace'a wymaga, aby również proces decyzyjny w ramach danej sytuacji problemowej był powtarzalny. Tylko wówczas bowiem ma miejsce działanie prawa wielkich liczb.

Przy pojedynczych, niepowtarzalnych decyzjach (jednorazowy problem decyzyjny) stosowanie kryterium Bayesa-Laplace'a na ogół nie jest zalecane, nawet jeśli stany natury są powtarzalne i można szacunkowo określić ich rozkład prawdopodobieństwa. Wtedy bardziej wskazane jest stosowanie kryterium Hodge'a-Lehmanna.

Znany jest rozkład *a priori* stanów natury, ale ponieważ decyzja jest niepowtarzalna, to uwzględnia się w pewnym zakresie kryterium maksiminimum. Możliwe jest wówczas stosowanie kryterium Hurwicza.

W przypadku niepowtarzalnego procesu decyzyjnego (a więc decyzji jednorazowych) i braku informacji o rozkładzie stanów natury najwłaściwsze jest stosowanie kryterium maksiminimum lub kryterium Savage'a. Można stosować kryterium Hurwicza, chociaż należy to czynić bardzo ostrożnie ze względu na całkowitą niepewność co do stanów natury i subiektywnie przyjmowany wskaźnik pesymizmu.

Literatura

DOWGIAŁŁO Z. 1992: Niepewność i ryzyko w działalności przedsiębiorstwa rolniczego. Wybrane problemy. PWN, Warszawa.

DILLON J. L. 1962: Applications of Game Theory in Agricultural Economics. Review and Regiem, *Australian J. Agr. Econ.*

McInnerneya 1967: Maximin Programming – An Approach to Farm Planning Under Uncertainty, *J. Agric. Econ.*, vol. 18, no 2, pp. 279–289.

JABŁONOWSKI S. 1993: Zagadnienie ryzyka w rolnictwie w liniowym modelu optymalizacyjnym. Praca doktorska. Warszawa.

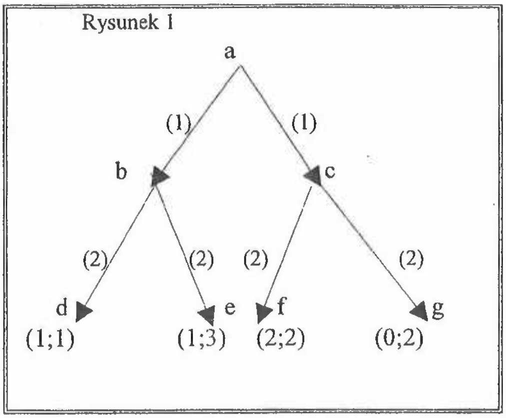
MARSZAŁKOWICZ T. 1986: Metody programowania optymalnego w rolnictwie. PWE, Warszawa.

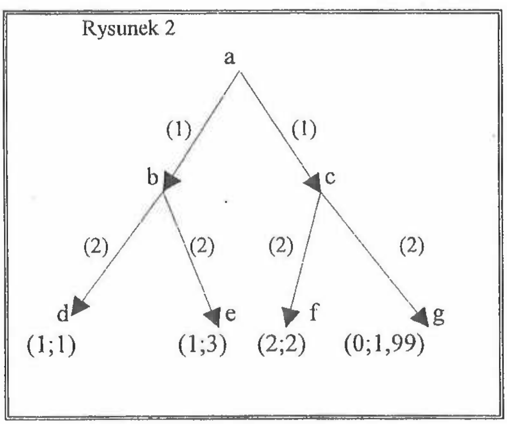
MIKLEWSKI A. 1992: Teoria gier w planowaniu produkcji przedsiębiorstwa rolniczego a problem ryzyka. PWN, Warszawa.

SIUDAK M. 1989: Badania operacyjne. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa.

SADOWSKI W. 1973: Teoria podejmowania decyzji, PWN. Warszawa.

WIECZOREK A. 1995: Teoria gier w kilku kawałkach. *Życie Gospodarcze* nr 4.





Rysunek 1.
Źródło: A. Wieczorek: Teoria gier w kilku kawałkach. Życie Gospodarcze nr 4 z 22 stycznia 1995 roku, s. 56.

Methods including risk in decisive models based on game theory

Abstract

This is a comparative analysis of most frequent types of decision made under conditions of uncertainty or risk and their usefulness in economic and agricultural research. Frequently we have to decide having incomplete knowledge or knowing that the outcome of these decisions is uncertain. Here the decision making process is considered as an evaluation of alternative decisions under alternative states of nature and the ever present problem of uncertainty. In the introduction there is a

precise definition of risk and uncertainty and the differences between them. There is a number of different approaches to reach a suitable decision having and not having information as to the probabilities of different states of nature. The choice of a single strategy in linear models was made according to the maximax and maxmin criterion of Hurwicz, Savage, Bayes-Laplace and Hodge-Lehmann. These criterions were applied for the same basic data consisting of three grains in five levels of weather.