

Andrzej Jędruchniewicz

Katedra Ekonomii i Polityki Gospodarczej SGGW

Wybrane metody analizy zależności kosztów od wielkości produkcji

W gospodarce rynkowej przedsiębiorstwo produkujące wyroby lub świadczące usługi musi aktywnie uczestniczyć w rywalizacji o klienta. Osiągnięcie sukcesu w tej rywalizacji spowodowane jest stałym poprawianiem konkurencyjności swoich wyrobów lub usług. Możliwe to jest przez podejmowanie racjonalnych decyzji dotyczących wielu kategorii ekonomicznych. Jedną z najważniejszych (wielu teoretyków i praktyków twierdzi, że najważniejszą) kategorii są koszty produkcji.

Kierownictwo przedsiębiorstwa, dążąc do polepszenia efektywności wykorzystania czynników produkcji, jest zainteresowane poziomem ponoszonych kosztów. Są więc one przedmiotem ciągłych analiz mających na celu głównie ocenę zmian w ich poziomie oraz wskazanie ewentualnych możliwości ich obniżenia, a tym samym zwiększenia zysku.

W ocenie efektywności gospodarowania szczególne znaczenie ma określanie wpływu różnych czynników na kształtowanie się kosztów produkcji.

Zgodnie z tym co zapowiedziano w tytule, niniejsze opracowanie dotyczy kształtowania się kosztów własnych przedsiębiorstwa pod wpływem tylko jednego czynnika, którym jest wielkość produkcji. Jest to czynnik mający decydujący wpływ na ich poziom.

Szczególne znaczenie w ocenie zmian pomiędzy interesującymi nas parametrami mają metody wywodzące się z nauk matematycznych, tzn. ze statystyki i ekonometrii. Pozwalają one na precyzyjne wyznaczenie zależności badanych kategorii.

Do metod statystyczno-ekonometrycznych, najczęściej wykorzystywanych w badaniu zależności między poziomem kosztów a wielkością produkcji, należą miary indeksowe oraz modele ekonometryczne. Miary indeksowe dają możliwość porównania tempa zmian badanych wielkości ekonomicznych. Natomiast modele pozwalają wnikać w ilościowe relacje między nimi. Wykorzystywane są one także do prognozowania wielkości ponoszonych kosztów. Prognozy te

mogą mieć duże znaczenie przy budowie przez firmę swoich przyszłych strategii szczegółowych. Szczególną cechą modeli jest możliwość określenia stopnia dokładności, z jakim wyznaczona funkcja wyjaśnia kształtowanie się rzeczywistych kosztów produkcji oraz z jakim je prognozuje. Dokładność ta jest istotną informacją dla przedsiębiorstwa.

Silna zależność pomiędzy kosztami a wielkością produkcji poddawana jest odpowiednim badaniom w przedsiębiorstwie. Uzyskane dzięki nim wiadomości mogą być wykorzystane w procesie podejmowania decyzji. Dostęp do informacji i umiejętność jej wykorzystania w decyzjach ekonomicznych jest ściśle powiązana z efektywnością gospodarowania. Dlatego analiza ekonomiczna powinna być przeprowadzona w sposób możliwie staranny.

Celem niniejszego opracowania jest prezentacja wskazanych metod oraz zademonstrowanie jakie są możliwości skutecznego ich wykorzystania na przykładzie konkretnego przedsiębiorstwa. Umożliwiają one dokładne poznanie prawidłowości w kształtowaniu się kosztów, gdy zależą one tylko od wielkości produkcji (inne czynniki wpływające na poziom kosztów uznajemy za losowe).

Przy przedstawianiu praktycznego wykorzystania tych metod będziemy posługiwać się danymi zebranymi w przedsiębiorstwie GFN, którego jednym z przedmiotów działania jest produkcja akcesoriów rolniczych.

Produkcja wyrobów w tym przedsiębiorstwie jest zróżnicowana. Struktura ilościowa wytwarzanych produktów także często ulega zmianom. Zatem w badaniu zależności kosztów od rozmiarów produkcji nie jest możliwe posługiwanie się danymi o kosztach i wielkości produkcji odnoszonymi się do całego przedsiębiorstwa. Dlatego w tym opracowaniu badanie zależności interesujących nas parametrów będzie przeprowadzone dla jednego wybranego wyrobu rolniczego. Nazwijmy go wyrobem X.

Dane dotyczące kosztów całkowitych i wielkości produkcji tego wyrobu przedstawione są w tabeli 1. Mają one układ miesięczny: od stycznia 1995 roku do grudnia 1996 roku. Dane zawarte w tej tabeli stanowią podstawę do przeprowadzonych dalej obliczeń i analiz.

Wyliczone wielkości kosztów całkowitych składają się z kosztów prostych i złożonych. O ile koszty proste dość łatwo dają się przypisać do wybranego wyrobu, o tyle koszty złożone mogą stanowić pewien problem. Koszty złożone dotyczące wyrobu X zostały obliczone według algorytmu przygotowanego przez dział księgowości przedsiębiorstwa GFN. Autor niniejszego opracowania nie miał możliwości zapoznania się ze szczegółami tego algorytmu. Dlatego dane dotyczące kosztów całkowitych mogą być obciążone pewną dawką subiektywizmu, który wynika z samodzielnego wyliczenia ich przez pracowników tego przedsiębiorstwa.

Tabela 1

Koszty całkowite [tys. zł] oraz wielkość produkcji [tys. szt.] wyrobu X w latach 1995–1996 według miesięcy

t	K_t	Q_t	t	K_t	Q_t
1	56,0	70,4	13	168,9	163,4
2	78,2	91,3	14	78,3	88,7
3	46,5	61,1	15	77,9	81,9
4	73,2	90,1	16	55,2	69,8
5	66,5	83,0	17	41,6	49,3
6	91,0	92,9	18	95,4	103,3
7	94,2	104,3	19	44,4	45,2
8	99,1	105,7	20	108,2	132,1
9	100,0	111,5	21	40,7	41,7
10	142,4	140,0	22	98,1	120,7
11	151,8	145,2	23	146,6	151,0
12	156,7	148,4	24	69,7	87,4

Źródło: *Karty Kalkulacji Wynikowej*, GFN, 1995–96; *Arkusze Obliczeniowe Kosztów*, GFN, 1995–96; *Biuletyn Statystyczny*, GUS, 1996, nr 1, 1997, nr 1 oraz obliczenia

Współczynnik wzrostu kosztów został obliczony jako średnia ze wzrostu cen trzech najważniejszych składników tych kosztów, czyli płacy, surowca i transportu. Zostały one sprowadzone do okresu bazowego, którym jest styczeń 1995 roku.

Poznanie relacji zachodzących między zmianami kosztów a zmianami rozmiarów produkcji ma podstawowe znaczenie dla diagnozy poziomu kosztów i podejmowania właściwych decyzji w przedsiębiorstwie. Relacje te mogą być oceniane przy użyciu rozmaitych metod. Pewnym sposobem badania relacji między zmianami produkcji i kosztów jest analiza porównawcza miar dynamiki produkcji i miar dynamiki kosztów, a zwłaszcza **indeksów dynamiki** tych dwóch wielkości w pewnym przedziale czasu¹. Ważną zaletą takiego sposobu analizy relacji zmian produkcji i kosztów jest to, że indeksy dynamiki są miarami niemianowanymi, a przez to mogą być między sobą bezpośrednio porównywane.

Należy najpierw określić, co oznaczają indeksy dynamiki badanych wielkości ekonomicznych. Zmiany produkcji w czasie są oceniane za pomocą indeksów dynamiki produkcji, a zmiany kosztów w czasie za pomocą indeksów dynamiki kosztów. Niech k_t ($t = 1, 2, 3, \dots, n$) oznacza koszty w okresie t , a q_t ($t = 1, 2, 3, \dots, n$) wielkość produkcji w tym samym okresie.

¹E. Nowak: *Analiza kosztów*. Akademia Ekonomiczna, Wrocław 1994, s. 124.

Indeks łańcuchowy dynamiki kosztów wyrażony w procentach ma następującą postać²:

$$I_t(K) = \frac{k_t}{k_{t-1}} \cdot 100\% \quad (1)$$

natomiast łańcuchowy indeks wielkości produkcji:

$$I_t(Q) = \frac{q_t}{q_{t-1}} \cdot 100\% \quad (2)$$

Indeks łańcuchowy (1) określa stosunek kosztów, a indeks (2) stosunek produkcji w dwóch sąsiednich okresach t i $t-1$. Indeksy te to **tempo wzrostu**.

Średnie tempo wzrostu kosztów w całym badanym okresie wyraża się jako:

$$\bar{I}(K) = \sqrt[n-1]{\frac{k_n}{k_1}} \cdot 100\% \quad (3)$$

a średnie tempo wzrostu wielkości produkcji:

$$\bar{I}(Q) = \sqrt[n-1]{\frac{q_n}{q_1}} \cdot 100\% \quad (4)$$

Innymi miarami dynamiki są różnice względne, wyrażone w procentach, które noszą nazwę **tempa przyrostu** (obniżki). To tempo kosztów o stałej podstawie k_1 ma postać³:

$$W_{1t}(K) = \frac{k_t - k_1}{k_1} \cdot 100\% \quad (5)$$

a tempo przyrostu (obniżki) wielkości produkcji o podstawie q_1 :

$$W_{1t}(Q) = \frac{q_t - q_1}{q_1} \cdot 100\% \quad (6)$$

Jeżeli tempo przyrostu (obniżki) kosztów ma zmienną podstawę wówczas jest ono następujące:

$$W_t(K) = \frac{k_t - k_{t-1}}{k_{t-1}} \cdot 100\% \quad (7)$$

²E. Nowak: *Indeks dynamiki w badaniach relacji zmian kosztów i wielkości produkcji*. „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu”, 1991, nr 604, s. 8.

³Ibidem, s. 8.

a to tempo wielkości produkcji wynosi:

$$W_t(Q) = \frac{q_t - q_{t-1}}{q_{t-1}} \cdot 100\% \quad (8)$$

Średnie tempo przyrostu (obniżki) kosztów ma postać:

$$\bar{W}(K) = \bar{I}(K) - 100\% \quad (9)$$

natomiast średnie tempo przyrostu (obniżki) skali produkcji:

$$\bar{W}(Q) = \bar{I}(Q) - 100\% \quad (10)$$

Przedstawione miary dynamiki kosztów i produkcji będą wykorzystane we wskaźnikach omówionych w dalszej części pracy oraz przy praktycznym badaniu relacji zmian tych dwóch parametrów.

Pożądaną prawidłowością ekonomiczną powinien być szybszy wzrost produkcji aniżeli wzrost kosztów całkowitych. Relację tę można przedstawić za pomocą dwóch następujących wskaźników⁴:

- wskaźnik wyprzedzenia wzrostu kosztów przez wzrost produkcji,
- wskaźnik pokrycia (opłacenia) zmian rozmiarów produkcji zmianami kosztów całkowitych.

Wskaźnik wyprzedzenia oblicza się jako wyrażony w procentach stosunek łańcuchowych indeksów dynamiki rozmiarów produkcji i kosztów globalnych:

$$I_t(Q,K) = \frac{I_t(Q)}{I_t(K)} \cdot 100\% \quad (11)$$

gdzie $I_t(K)$ oraz $I_t(Q)$ są określone wzorami (1) i (2).

Wskaźnik ten informuje, w jakim stopniu tempo wzrostu produkcji wyprzedza tempo wzrostu kosztów całkowitych. Jeśli $I_t(Q,K) > 100\%$, to produkcja wzrasta szybciej niż koszty całkowite lub produkcja spada wolniej niż koszty. Jest to wysoce pożądana sytuacja w przedsiębiorstwie. Przy przeciwnym kierunku nierówności produkcja wzrasta wolniej niż koszty całkowite lub produkcja spada szybciej niż koszty.

Wskaźnik pokrycia (opłacenia) stanowi stosunek łańcuchowych wskaźników tempa zmian kosztów globalnych i tempa zmian produkcji:

$$W_t(Q,K) = \frac{W_t(K)}{W_t(Q)} \quad (12)$$

gdzie $W_t(K)$ i $W_t(Q)$ są określone za pomocą wzorów (7) i (8).

⁴E. Nowak: *Analiza...*, s. 124

Wskaźnik ten informuje, przy jakich względnych zmianach kosztów całkowitych następuje zmiana wielkości produkcji o 1%. Dąży się, aby przy wzroście kosztów i produkcji $W_t(Q, K) < 1$, a przy spadku kosztów i produkcji $W_t(Q, K) > 1$. Będzie to wskazywać na pozytywną tendencję zmian badanych wielkości.

Wskaźniki wyprzedzenia i pokrycia mogą być także wyliczone dla średnich miar dynamiki badanych parametrów – średniego tempa wzrostu i średniego tempa zmian w badanym przedziale czasowym. W ten sposób otrzymuje się wskaźnik średniego wyprzedzenia wzrostu kosztów globalnych przez wzrost produkcji:

$$\bar{I}_t(Q, K) = \frac{\bar{I}_t(Q)}{\bar{I}_t(K)} \cdot 100\% \quad (13)$$

oraz wskaźnik średniego pokrycia zmian rozmiarów produkcji zmianami całkowitych kosztów produkcji:

$$\bar{W}_t(Q, K) = \frac{\bar{W}_t(K)}{\bar{W}_t(Q)} \quad (14)$$

Uzupełniającą i ilustrującą rolę w kompleksowej analizie relacji między dynamiką kosztów a dynamiką produkcji odgrywają wykresy przedstawiające jednocześnie indeksy dynamiki (jednoprzedstawowe lub łańcuchowe) tych dwóch wielkości ekonomicznych.

Wskaźniki wyprzedzenia i pokrycia mają bardzo duże znaczenie praktyczne. Informacje uzyskane dzięki nim są podstawą do podjęcia decyzji dotyczących zmian kosztów i skali produkcji w jednostkach gospodarczych, które myślą o powiększaniu swego majątku, a tym samym o odniesieniu sukcesu w walce z konkurentami na rynku.

Badanie dynamiki kosztów i wielkości produkcji wyrobu X będzie przeprowadzone dla poszczególnych miesięcy 1996 roku. Za podstawę odniesienia przyjęto poziom tych wielkości z grudnia 1995 roku. Niezbędne obliczenia, czyli indeksy łańcuchowe i jednoprzedstawowe, wskaźniki wyprzedzenia i pokrycia, zawiera tabela 2.

Rysunek 1 przedstawia kształtowanie się jednoprzedstawowych indeksów dynamiki wielkości produkcji i kosztów całkowitych wyrobu X. Na rysunku 2 przedstawione są łańcuchowe indeksy dwóch analizowanych wielkości ekonomicznych tego wyrobu.

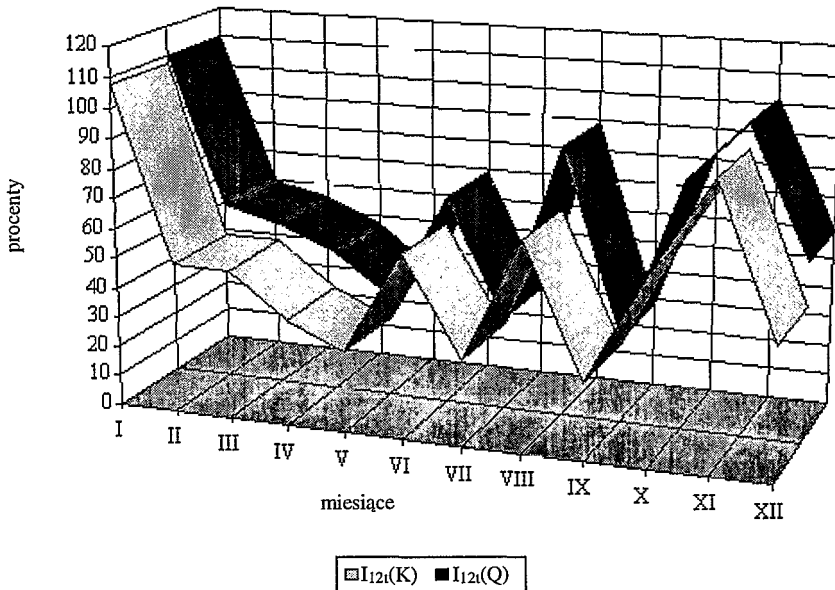
Analizując dane zawarte w tabeli 2, widzimy, że rozmiary produkcji spadają w tempie wolniejszym niż koszty całkowite. W ciągu całego roku produkcja spadła o 40,9%, podczas gdy spadek kosztów całkowitych wyniósł aż 55,5%.

Tabela 2

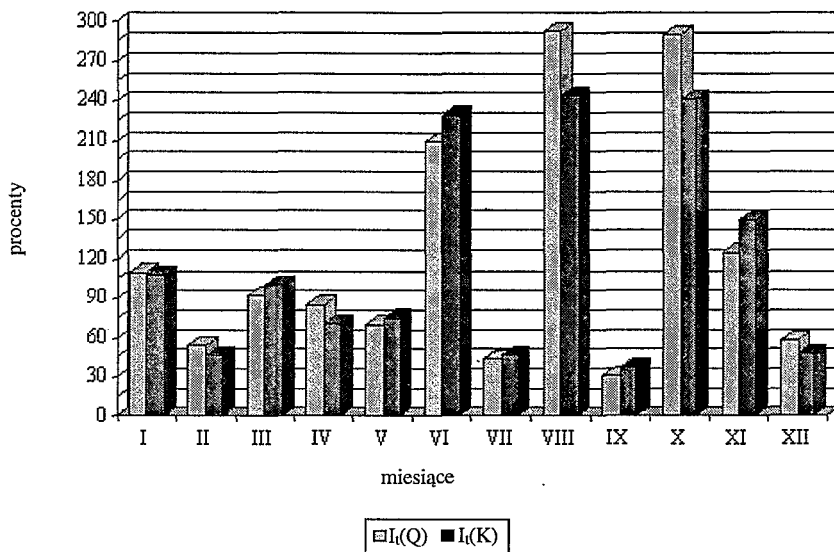
Dynamika wielkości produkcji i kosztów całkowitych wyrobu X w poszczególnych miesiącach 1996 roku

Miesiąc (t)	Dynamika produkcji			Dynamika kosztów			$I_t(Q, K)$	$W_t(Q, K)$
	I_t	W_t	I_{12t}	I_t	W_t	I_{12t}		
I (13)	110,1	10,1	110,1	107,8	7,8	107,8	102,1	0,8
II (14)	54,3	-45,7	59,8	46,4	-53,6	50,0	117,0	1,2
III (15)	92,3	-7,7	55,2	99,5	-0,5	49,7	92,8	0,1
IV (16)	85,2	-14,8	47,0	70,9	-29,1	35,2	120,2	2,0
V (17)	70,6	-29,4	33,2	75,4	-24,6	26,5	93,6	0,8
VI (18)	209,5	109,5	69,5	229,3	129,3	60,9	91,4	1,2
VII (19)	43,8	-56,2	30,5	46,5	-53,5	28,3	94,2	1,0
VIII (20)	292,3	192,3	89,2	243,7	143,7	69,0	119,9	0,7
IX (21)	31,6	-68,4	28,2	37,6	-62,4	26,0	84,0	0,9
X (22)	289,4	189,4	81,5	241,0	141,0	62,6	120,1	0,7
XI (23)	125,1	25,1	102,0	149,4	49,4	93,6	83,7	2,0
XII (24)	57,9	-42,1	59,1	47,5	-52,5	44,5	121,9	1,2

Źródło: Obliczenia własne.

**Rysunek 1**

Jednostopniowe indeksy dynamiki wielkości produkcji i kosztów całkowitych wyrobu X w 1996 roku



Rysunek 2

Łańcuchowe indeksy dynamiki wielkości produkcji i kosztów całkowitych wyrobu X w 1996 roku

Średnie miesięczne tempo spadku produkcji wyniosło 4,3%, a średnie miesięczne tempo spadku całkowitych kosztów własnych jest równe 6,5%.

Wskaźnik wyprzedzenia wzrostu poziomu kosztów całkowitych przez wzrost wielkości produkcji w sześciu miesiącach roku przekroczył 100%. Wskaźnik ten także w sześciu miesiącach roku był niższy od 100%.

Największy przyrost produkcji w porównaniu z przyrostem kosztów całkowitych nastąpił w październiku, bo o 20,1%. W sierpniu tempo wzrostu skali produkcji było o 19,9% większe od tempa wzrostu kosztów produkcji, w styczniu zaś o 2,1%. W grudniu tempo spadku wielkości produkcji było o 21,9% mniejsze od tempa spadku kosztów całkowitych. Taka sama sytuacja była w kwietniu. Wówczas tempo spadku skali produkcji było o 20,2% mniejsze od tempa spadku kosztów całkowitych, natomiast w lutym – o 17%.

Sytuacja, w której tempo wzrostu produkcji było niższe od tempa wzrostu kosztów całkowitych, wystąpiła w dwóch miesiącach. Najmniej korzystna była ona w listopadzie. Wtedy tempo wzrostu wielkości produkcji było o 16,3% mniejsze od tempa wzrostu kosztów całkowitych, w czerwcu zaś o 8,6%. Z kolei w czterech miesiącach roku tempo spadku produkcji było większe od tempa spadku kosztów całkowitych. Najwyższy spadek wystąpił we wrześniu, czyli o 16%. W marcu, maju i lipcu wynosił on odpowiednio: o 7,2, o 6,4 i o 5,8%.

Wskaźnik średniego wyprzedzenia wzrostu kosztów całkowitych przez wzrost wielkości produkcji dla całego roku jest następujący:

$$\bar{I}(Q, K) = \frac{95,7}{93,5} \cdot 100\% = 102,4\%$$

W ciągu 1996 roku tempo spadku produkcji było przeciętnie niższe od tempa spadku całkowitych kosztów produkcji o 2,4%.

Wskaźnik pokrycia zmian rozmiarów produkcji zmianami kosztów całkowitych we wszystkich miesiącach roku przyjął wartości dodatnie. Oznacza to, że kierunki zmian obu badanych parametrów były takie same – dodatnie lub ujemne.

W sierpniu i w październiku przyrost produkcji o 1% osiągnięto przy jednoczesnym przyroście kosztów całkowitych o 0,7%, w styczniu zaś o 0,8%. Jednoprocentowemu spadkowi produkcji w kwietniu towarzyszył spadek kosztów o 2%. Identyczna sytuacja była w lutym i w grudniu (o 1,2%).

W marcu spadkowi produkcji o 1% towarzyszył spadek kosztów o 0,1%. Taka sama tendencja była w maju (o 0,8%) oraz w lipcu i we wrześniu (o 0,9%). Jednoprocentowy przyrost wielkości produkcji w listopadzie nastąpił wraz z dwuprocentowym przyrostem kosztów całkowitych. W czerwcu przyrost produkcji o 1% osiągnięto przy przyroście kosztów o 1,2%.

Dla całego roku wskaźnik średniego pokrycia przyrostu rozmiarów produkcji przyrostem kosztów produkcji przyjmuje wartość:

$$\bar{W}(Q, K) = \frac{-6,5}{-4,3} = 1,5$$

Stwierdzamy, na podstawie powyższego wskaźnika, że w 1996 roku średni spadek wielkości produkcji o 1% osiągnięto przy spadku całkowitych kosztów produkcji średnio o 1,5%.

Obserwując całoroczny i średni miesięczny spadek wielkości produkcji i kosztów całkowitych wyrobu X oraz wskaźniki średniego wyprzedzenia i średniego pokrycia dla dwóch badanych parametrów tego wyrobu, możemy stwierdzić, że zmiany w poziomie produkcji i kosztów w ciągu całego 1996 roku były korzystne. Przedsiębiorstwo GFN powinno dążyć do ich utrwalenia, a później wzmocnienia. Pozwoli to na osiągnięcie coraz lepszego wyniku finansowego, a w konsekwencji skuteczniejszą rywalizację na rynku.

Chociaż, biorąc pod uwagę cały rok, zmiany były pozytywne, w poszczególnych miesiącach roku sytuacja kształtowała się niejednakowo. Patrząc na miesięczne wskaźniki wyprzedzenia i pokrycia, zauważamy, że tendencje w zmianach produkcji i kosztów wyrobu X w styczniu, w lutym, w kwietniu,

w sierpniu, w październiku i w grudniu są pozytywne. Natomiast sytuacje, które występują w marcu, w maju, w czerwcu, w lipcu, we wrześniu i listopadzie należy uznać za negatywne. Przedsiębiorstwo to musi dążyć do ich wyeliminowania ze swojej działalności.

Po przeprowadzeniu porównawczej analizy tempa zmian kosztów i wielkości produkcji, określimy teraz ilościową zależność między poziomem tych dwóch parametrów. Zostanie to uczynione przez wyznaczenie funkcji całkowitych kosztów produkcji.

Niezwykłe przydatne w tej dziedzinie mogą być **metody ekonometryczne**, które służą do badania ilościowych prawidłowości występujących między wyróżnionymi zjawiskami ekonomicznymi.

Przedmiotem ekonometrycznej analizy kosztów produkcji jest zbadanie, w jakim stopniu poziom kosztów produkcji zależy od takich czynników jak wielkość produkcji oraz czynniki o charakterze technicznym, organizacyjnym i ekonomicznym. Można badać zależność kosztów od wszystkich czynników lub też tylko od niektórych. W niniejszym opracowaniu brany jest pod uwagę tylko wpływ poziomu wielkości produkcji na poziom kosztów, pomijając pozostałe czynniki. Metody wykorzystywane w ekonometrycznej analizie kosztów są głównie metodami matematycznymi, służącymi do oceny relacji kosztów i elementów na nie wpływających. Relacje te są ujmowane w postaci opisowych modeli ekonometrycznych.

Podstawowe cele ekonometrycznej analizy kosztów w tym opracowaniu to:

- oszacowanie wpływu wielkości produkcji na poziom kosztów całkowitych,
- ocena poziomu całkowitych kosztów produkcji.

Aby przeprowadzić badanie ilościowej relacji między tymi dwoma parametrami, należy posłużyć się **opisowym ekonometrycznym modelem kosztów**. Składa się on z funkcji kosztów produkcji oraz ze składnika losowego⁵.

Mianem **funkcji kosztów produkcji** określamy funkcję wyrażającą związek, jaki istnieje między kosztami własnymi a wielkością produkcji. Przy czym zmienną objaśnianą jest poziom kosztów, natomiast zmienną objaśniającą jest oczywiście wielkość produkcji.

Zależność, jaką opisuje powyższa funkcja kosztów, jest zależnością stochastyczną. Oznacza to, że funkcja kosztów nie wyjaśnia całkowicie kształtowania się kosztów, lecz tylko w sposób przybliżony. Rozmiary produkcji bowiem nie wyjaśniają w pełni kształtowania się kosztów, ponieważ oprócz nich na wysokość kosztów oddziałuje także wiele innych czynników mniej lub bardziej przypad-

⁵S. Bartosiewicz: *Ekonometria. Technologia ekonometrycznego przetwarzania danych*. PWE, Warszawa 1990, s. 14.

kowych. Zazwyczaj zatem koszty rzeczywiście poniesione różnią się od kosztów wyznaczonych z funkcji. Różnice te określa się mianem **odchyleń losowych** (reszt).

Opisowy ekonometryczny model kosztów to sformalizowany opis kształtowania się badanych kategorii, który przedstawia się w postaci równania:

$$K = f(Q) + \varepsilon \quad (15)$$

gdzie ε jest składnikiem losowym modelu kosztów całkowitych.

Zależność kosztów od skali produkcji może być opisana za pomocą funkcji o różnych postaciach analitycznych. Przyjęcie określonej postaci analitycznej funkcji przesądza o wynikach wnioskowania na temat badanej zależności. Nie jest to więc łatwe zadanie.

Metody wyboru analitycznej postaci funkcji kosztów produkcji mogą być różne. W przeprowadzonym badaniu zastosowano metodę oceny wzrokowej wykresu rozrzutu punktów empirycznych. Polega ona na sporządzeniu wykresu korelacyjnego obrazującego jednoczesne kształtowanie się kosztów i rozmiarów produkcji; sprowadza się to do naniesienia na prostokątny układ współrzędnych punktów $(Q_t; K_t)$ ($t = 1, 2, \dots, n$); kształt smugi tych punktów sugeruje określony typ funkcji kosztów produkcji.

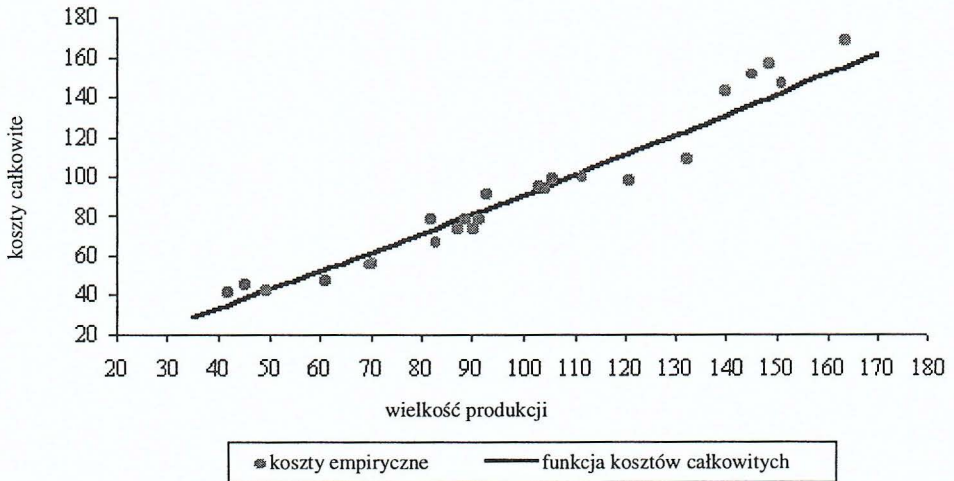
Przy wyborze analitycznej postaci funkcji kosztów nie bez znaczenia jest także możliwość interpretacji jej parametrów. Nie wszystkie bowiem funkcje zawierają parametry, które mają sensowną interpretację ekonomiczną. Dlatego często wybiera się funkcję, która daje większe możliwości interpretacyjne, choć mniej precyzyjnie odzwierciedla rzeczywiste relacje kosztów i produkcji.

Mając określoną postać funkcji kosztów produkcji należy oszacować jej parametry oraz zweryfikować wyznaczoną funkcję, czyli zbadać jej zgodność z danymi empirycznymi⁶.

Wyznamy teraz funkcję kosztów całkowitych dla wybranego wyrobu. Dane dotyczące kosztów całkowitych i wielkości produkcji są przedstawione w tabeli 1.

Rozrzut punktów empirycznych na wykresie (rys. 3) sugeruje, że do opisu zależności kosztów całkowitych od rozmiarów produkcji należy zastosować funkcję potęgową. Aby oszacować parametry tej funkcji, należy najpierw doprowadzić ją do postaci liniowej. Następnie szacujemy parametry funkcji przekształconej na podstawie logarytmów zmiennych K i Q .

⁶Procesy te będą przeprowadzone za pomocą metod opisanych w literaturze z zakresu statystyki i ekonometrii.

**Rysunek 3**

Związek kosztów całkowitych z wielkością produkcji wyrobu X

Po oszacowaniu parametrów za pomocą metody najmniejszych kwadratów przekształcona funkcja przyjęła postać:

$$Y = -0,2404 + 1,098X$$

gdzie: $Y = \log K$, $X = \log Q$

Ocena parametru a_1 przyjęła więc wartość:

$$a_1 = 1,098$$

Wyznaczona ocena a_0 parametru α_0 z funkcji pierwotnej wynosi:

$$\alpha_0 = 10^{-0,2404} = 0,575$$

W ten sposób otrzymaliśmy następującą funkcję kosztów całkowitych:

$$K = 0,575Q^{1,098}$$

Do oceny jak wyznaczona funkcja kosztów przedstawia rzeczywiste kształtowanie się całkowitych kosztów produkcji służą miary niżej przedstawione.

Standardowy błąd oszacowania tej funkcji wynosi:

$$S_e = 8,928 \text{ tys. zł}$$

Stwierdzamy, że rzeczywiste koszty całkowite odchylają się od teoretycznych kosztów całkowitych obliczonych z wyznaczonej funkcji przeciętnie o 8,928 tys. zł.

Współczynnik zmienności losowej:

$$W_e = 9,83\%$$

oznacza, że odchylenie standardowe reszt stanowi 9,83% średniego całkowitego kosztu produkcji.

Ponieważ współczynnik zbieżności:

$$\varphi^2 = 0,0518$$

możemy stwierdzić, że zmienność kosztów całkowitych nie została wyjaśniona przez wyznaczoną funkcję regresji w 5,18%.

Natomiast współczynnik korelacji wielorakiej:

$$R = 0,9738$$

wskazuje, że związek kosztów całkowitych z produkcją jest silny. Ze względu na wysoką wartość współczynnika nie ma potrzeby badania jego istotności za pomocą testu.

Badanie składnika losowego wskazuje, że rozkład reszt jest symetryczny i losowy. Nie są one skorelowane z czasem, a wartość oczekiwana składnika losowego jest równa zero. Stwierdzamy także, że nie występuje autokorelacja między resztami. Wszystkie badania przeprowadzono dla współczynnika istotności $\gamma = 0,1$.

Standardowy błąd oszacowania, współczynnik zmienności losowej, współczynnik zbieżności oraz współczynnik korelacji wielorakiej wskazują, że zbudowana funkcja dobrze opisuje zależność między badanymi kategoriami ekonomicznymi. Potwierdzają to także wyniki badania składnika losowego oraz rozrzut punktów empirycznych na rysunku 3.

Zbudowaną funkcję kosztów całkowitych należy poddać końcowej charakterystyce. Sprowadzać to się będzie do wyznaczenia elastyczności i kosztu końcowego.

Parametr a_1 w funkcji potęgowej oznacza współczynnik elastyczności.

Tak więc elastyczność kosztów całkowitych wynosi:

$$E_K = 1,098$$

Możemy powiedzieć, że wzrost rozmiarów produkcji o 1% wywołuje wzrost kosztów całkowitych o 1,098%. Tempo wzrostu kosztów jest więc wyższe od tempa wzrostu produkcji, co nie należy uznać za zjawisko pozytywne.

Koszt krańcowy z funkcji kosztów całkowitych ma postać:

$$M_K = 1,098Q^{1,098-1}$$

Dwa różne poziomy produkcji, dla których obliczymy koszty krańcowe, wynoszą: 50 tys. i 150 tys. sztuk. Dla $Q = 50$ tys. sztuk koszt krańcowy wynosi:

$$M_K = 0,575 \cdot 1,098 \cdot 50^{0,098} = 926,3 \text{ zł/tys. sztuk}$$

Jeżeli produkcja wynosi 50 tys. sztuk, to jej przyrost o 1 tys. wywołuje przyrost kosztów całkowitych o 926,3 zł. Z kolei dla $Q = 150$ tys. sztuk otrzymujemy następujący koszt krańcowy:

$$M_K = 0,575 \cdot 1,098 \cdot 150^{0,098} = 1031,6 \text{ zł/tys. sztuk}$$

Teraz stwierdzamy, że jeżeli produkcja wynosi 150 tys. sztuk, to jej przyrost o 1 tysiąc wywołuje przyrost kosztów całkowitych o 1031,6 zł. Jest to więc przyrost kosztów całkowitych większy niż przy poziomie produkcji wynoszącym 50 tys. sztuk. Wzrastający koszt krańcowy nie jest zjawiskiem korzystnym.

Podsumowując można stwierdzić, że miary indeksowe oraz modele ekonometryczne mogą znacznie wzbogacić potencjał metod wykorzystywanych w przedsiębiorstwie oraz rozszerzyć zakres analizy wybranych wielkości ekonomicznych.

Dzięki przeprowadzonej porównawczej analizie dynamiki kosztów i produkcji przedsiębiorstwo uzyskuje wiele cennych informacji. Mogą być one wykorzystane w procesie podejmowania decyzji dotyczącej struktury i skali produkcji, a także wskazują wyrób, którego poziom poszczególnych składników kosztów całkowitych powinien być dokładnie zbadany.

Częsta porównawcza analiza dynamiki kosztów i wielkości produkcji umożliwiłaby szybką reakcję na pojawienie się niekorzystnej tendencji w zmianach tych dwóch wielkości ekonomicznych.

Funkcje kosztów produkcji, które można uznać za dobrze dopasowane, mogą służyć przedsiębiorstwu jako jedno z wielu narzędzi do analizy kosztów. Wykorzystując to narzędzie, można dowiedzieć się, w których okresach nastąpiło znaczne odchylenie kosztów rzeczywistych od wzorcowych. Po uzyskaniu takiej informacji należy znaleźć tego przyczyny. Funkcje wykorzystywane są także do prognozowania poziomu kosztów. W okresie gdy zachowane są warunki produkcji takie same jak w przeszłości, prognoza ta może być bardzo dokładna. Natomiast im silniejsze są zmiany tych warunków, tym trudniej jest przewidzieć wielkość kosztów całkowitych. Przedsiębiorstwo, mając informacje o dokładności prognozy, może ją wykorzystać do swoich planów krótko- lub długo-okresowych.

Przedstawiona w opracowaniu analiza nie jest dobrze znana, ani często wykorzystywana w praktyce gospodarczej. Wydaje się, że przyczynami takiego stanu rzeczy jest nieumiejętność posługiwania się tymi dość skomplikowanymi metodami badawczymi oraz wysoka pracochłonność towarzysząca obliczeniom potrzebnymi do tej analizy.

Kursy, szkolenia oraz systematyczny dopływ młodych, lepiej wykształconych, pracowników powodują podnoszenie kwalifikacji. Na tej podstawie można sądzić, że pierwsza przyczyna niezbyt dużej popularności analizy statystyczno-ekonometrycznej zostanie wkrótce usunięta. Także przyczyna druga już niedługo przestanie istnieć. Powodem tego jest bardzo szybka komputeryzacja polskich przedsiębiorstw, które chcą być przygotowane do konkurencji z przedsiębiorstwami z Unii Europejskiej.

Usunięcie tych przyczyn powinno sprawić, że analiza statystyczno-ekonometryczna będzie z powodzeniem wykorzystywana w jednostkach gospodarczych, a uzyskane dzięki niej cenne informacje przyczynią się do poprawy efektywności gospodarowania.

Literatura:

Arkusze Obliczeniowe Kosztów. GFN, 1995–96.

BARTOSIEWICZ S., 1990: *Ekonometria. Technologia ekonometrycznego przetwarzania danych*. PWE, Warszawa.

Biuletyn Statystyczny. Główny Urząd Statystyczny. 1996, nr 1, 1997, nr 1, Warszawa.

JARUGOWA A., MALC W., SAWICKI K., 1990: *Rachunek kosztów*. PWE, Warszawa.

Karty Kalkulacji Wynikowej. GFN, 1995–96.

NOWAK E., 1994: *Analiza kosztów*. Akademia Ekonomiczna, Wrocław.

NOWAK E., 1991: *Indeksy dynamiki w badaniach relacji zmian kosztów i wielkości produkcji*. „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu”, nr 604.

Some Methods of Analysis of the Relation between Costs and Production Level

Abstract

An individual firm aiming at the most effective use of production factors is interested in the level of its production costs. Thus, these costs are subject to steady economic analysis.

The paper deals with production costs changes caused by changes in one selected factor (output quantities) holding the other factors constant.

Very useful in an assessment of the relation between two above mentioned variables are statistical and econometric methods, for example indexes and econometric models. Indexes help to compare the dynamics of change in analysed economic determinants. On the contrary, a key role in presentation of quantitative relations between examined variables, is played by econometric models. Additionally, they have application in cost prediction.

The purpose of this study was to present selected methods and their use in the case of chosen enterprise.

Both indices and econometric models might enrich a set of analytical methods applied by firms and in consequence, extend the scope of conducted analysis.