

## **Analiza zjawisk ekonomicznych za pomocą modeli wielorównaniowych**

### **Wstęp**

W badaniach ekonomicznych bardzo często chcemy określić ilościowe związki pomiędzy efektem (produkcją, zyskiem, dochodem itp.) a nakładem lub nakładami. Do tego celu wykorzystywane są modele ilościowych zależności między zjawiskami ekonomicznymi wyrażonymi w postaci równań. Statystyczne metody ekonometrii, szczególnie jednowymiarowe równania opisowe, które ujmują ilościowe zależności między różnymi wielkościami ekonomicznymi i pozaekonomicznymi, są często i wielostronnie wykorzystywane w badaniach ekonomicznych. W przypadku zależności między zmienną objaśnianą a zespołem zmiennych objaśniających możemy wprowadzić zespół zmiennych, o których wiemy, że łączy je zależność funkcyjna o postaci:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

gdzie:  $Y$  jest zmienną objaśnianą,  $X_j$  – zmiennymi objaśniającymi,  $\varepsilon$  – składnikiem losowym, a  $\beta_j$ , dla  $j = 1, 2, 3, \dots, k$ , parametrami, które na ogół są nieznanne (wartości te są szacowane na podstawie  $n$ -elementowej próby ( $Y_i, X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki}$ ) dla  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

Dotychczasowe badania ekonometryczne koncentrowały się głównie na metodach doboru zmiennych objaśniających do jednorównaniowego modelu ekonometrycznego oraz postaci analitycznej funkcji aproksymacyjnej. W literaturze naukowej proponowane są różne kryteria wyboru postaci analitycznej funkcji aproksymacyjnej oraz kilka sposobów szacowania nieznanych parametrów wybranej funkcji. Dotychczas w teorii statystyki i ekonometrii nie opracowano jednoznacznych, możliwych do zastosowania metod wyboru postaci analitycznej funkcji. Stosowane kryteria są obciążone czynnikiem subiektywnym (por. [1]). Dlatego też najczęściej do badań zjawisk ekonomicznych stosowane są liniowe modele jednorównaniowe.

Jednorównaniowe modele ekonometryczne są dalece niewystarczające do odwzorowania bardziej złożonych procesów ekonomicznych. Modele jednorównaniowe mają duże zastosowanie tylko wówczas, gdy chcemy opisać jedną prawidłowość ekonomiczną w oderwaniu od innych. Takie podejście napotyka na dużą barierę, ponieważ nawet najlepiej wyspecyfikowane jednorównaniowe modele nie mogą w sposób poprawny i wyczerpujący opisać rzeczywistości gospodarczej. Zjawiska ekonomiczne i społeczne charakteryzują związki wzajemne (sprzężone), które zachodzą pomiędzy zmiennymi. Związki te są w ogólności stochastyczne, dynamiczne i – co należy podkreślić – bardzo często jednoczesne. Analiza tych zjawisk musi więc uwzględniać wzajemne powiązania pomiędzy zmiennymi a więc nie może być opisana jednorównaniowym modelem, lecz wielorównaniowym. Modele wielorównaniowe odznaczają się tym, że nie nakłada się żadnych ograniczeń na rodzaj i liczbę powiązań pomiędzy zmiennymi endogenicznymi modelu. W modelach tych dopuszczalne jest zjawisko współzależności dwóch lub więcej zmiennych endogenicznych w tym samym czasie. Zjawiska ekonomiczne mają tu więc charakter obustronny lub wielostronny.

W literaturze przedmiotu wielorównaniowe modele ekonometryczne znane są od wielu lat. Przykładem takich modeli są modele Kleina (por. [2]), skonstruowane w latach czterdziestych, odnoszące się do opisu gospodarki USA. Zasadniczym problemem wykorzystania modeli wielorównaniowych w praktyce, oprócz ich identyfikacji (por. [7]), były trudności oszacowania ich ocen parametrów. Powszechnie stosowana do szacowania ocen parametrów równania jednorównaniowego metoda najmniejszych kwadratów w przypadku modeli wielorównaniowych o równaniach współzależnych nie może być wykorzystana. Estymatory klasycznej metody najmniejszych kwadratów tracą cenę własności zgodności i efektywności. Obecnie szybki rozwój techniki komputerowej oraz użytkowego oprogramowania pozwala na znajdowanie ocen parametrów modeli wielorównaniowych za pomocą specjalnych metod.

W niniejszej pracy podjęliśmy pierwszą próbę aplikacji liniowego modelu wielorównaniowego do badania wzajemnych związków pomiędzy efektami a czynnikami produkcji w gospodarstwach rolniczych.

## Metody analizy

Wielorównaniowy liniowy model ekonometryczny można zapisać w następującej, ogólnej postaci (por. [4]):

$$BY + \Gamma Z = \varepsilon$$

gdzie:

- $Y$  – wektor ( $m \times 1$ ) zmiennych endogenicznych bez opóźnień czasowych,  
 $B$  – macierz ( $m \times m$ ) parametrów przy zmiennych endogenicznych bez opóźnień czasowych,  
 $Z$  – wektor ( $k \times 1$ ) zmiennych z góry ustalonych,  
 $\Gamma$  – macierz ( $m \times k$ ) parametrów przy zmiennych z góry ustalonych,  
 $\varepsilon$  – wektor ( $m \times 1$ ) odchyłeń losowych.

Do budowy liniowego modelu wielowymiarowego o równaniach współzależnych wykorzystaliśmy dane empiryczne pochodzące z 1996 roku z 284 gospodarstw rolniczych o powierzchni od 5 do 25 ha UR. Dane te zostały zgromadzone na potrzeby badań realizowanych w Katedrze Ekonomiki i Organizacji Gospodarstw Rolniczych SGGW w ramach grantu KBN nr 5 PO6B037 nt. „Przestrzenne zróżnicowanie technologii produkcji roślinnej w Polsce i jego skutki”. Każde gospodarstwo, po dokonaniu wstępnej eliminacji zmiennych quasi-stałych, opisane było 26 cechami (por. załącznik 1), których wartości zostały przeliczone na 1 ha UR. Spośród tych cech dokonaliśmy doboru zmiennych endogenicznych i egzogenicznych. Do potencjalnego zbioru zmiennych łącznie współzależnych (endogenicznych nieopóźnionych) zakwalifikowaliśmy następujące zmienne:

- ✓ Produkcja roślinna w zł/ha.
- ✓ Produkcja zwierzęca w zł/ha.
- ✓ Produkcja końcowa w zł/ha.
- ✓ SD na 1 ha.
- ✓ Plon przeliczeniowy w dt/ha.
- ✓ Koszty działalności rolniczej w zł/ha.

Pozostałe zmienne wymienione w załączniku traktowane były jako zmienne z góry ustalone. Po wstępnej analizie współczynników korelacji pomiędzy wszystkimi rozważanymi zmiennymi za zmienne endogeniczne przyjęliśmy produkcję roślinną w zł/ha, liczbę sztuk dużych w przeliczeniu na hektar oraz plon przeliczeniowy w dt/h.

Dobór zmiennych objaśniających do poszczególnych równań modeli współzależnych jest zagadnieniem bardziej skomplikowanym niż w przypadku modeli jednowymiarowych czy też modeli wielowymiarowych prostych i rekurencyjnych. Należy uwzględnić tu wielokierunkowe powiązania między zmiennymi endogenicznymi bez opóźnień czasowych oraz zapewniać identyfikowalność równań modelu. W literaturze przedmiotu proponowane są różne rozwiązania. W pracy doboru zmiennych objaśniających dokonaliśmy za po-

mocą procedury dwustopniowej (por. [5]). W pierwszym etapie wybraliśmy zmienne objaśniające danego równania jedynie spośród wymienionych zmiennych endogenicznych bez opóźnień czasowych, odgrywających w tym równaniu rolę potencjalnych zmiennych objaśniających. Jako kryterium doboru zastosowaliśmy maksymalną integralną pojemność informacyjną tych zmiennych (metoda Hellwiga). W drugim etapie przeprowadziliśmy dodatkowy dobór zmiennych objaśniających spośród pozostałych zmiennych z góry ustalonych, grających rolę potencjalnych zmiennych objaśniających. Rozpatrywaliśmy wszystkie możliwe kombinacje potencjalnych zmiennych z góry ustalonych z wszystkimi zmiennymi współzależnymi, wybranymi w pierwszym etapie. Wykorzystaliśmy takie samo kryterium doboru jak w etapie pierwszym. Dodatkowo rozpatrywaliśmy konieczny warunek identyfikowalności (por. [2], [6]). W ten sposób skonstruowaliśmy model wielorównaniowy o trzech równaniach współzależnych z następującymi zmiennymi:

- ✓ W równaniu pierwszym produkcja roślinna jako zmienna endogeniczna bez opóźnień czasowych objaśniana jest następującymi zmiennymi:
  - udziałem gleb dobrych w % – zmienna egzogeniczna,
  - wartością maszyn w zł/ha – zmienna egzogeniczna,
  - plonem przeliczeniowym w dt/ha<sup>1</sup> – zmienna endogeniczna.
  
- ✓ W równaniu drugim SD na ha jako zmienna endogeniczna bez opóźnień czasowych objaśniana jest następującymi zmiennymi:
  - pracą w osobach na ha – zmienna egzogeniczna,
  - powierzchnią TUZ w ha – zmienna egzogeniczna,
  - kosztem energii i paliw w zł na ha – zmienna egzogeniczna,
  - produkcją roślinną w zł/ha – zmienna endogeniczna.
  
- ✓ W równaniu trzecim plon przeliczeniowy jako zmienna endogeniczna bez opóźnień czasowych objaśniana jest następującymi zmiennymi:
  - NPK w dt na ha – zmienna egzogeniczna,
  - kosztem materiału siewnego w zł/ha – zmienna egzogeniczna,
  - kosztem pestycydów w zł/ha – zmienna egzogeniczna,
  - sztuki duże (SD) na ha – zmienna endogeniczna.

---

<sup>1</sup>W celu obliczenia plonu przeliczeniowego w dt/ha zsumowano wielkość produkcji wszystkich zbóż, wielkość produkcji ziemniaków podzieloną przez 7 oraz wielkość produkcji buraków podzieloną przez 12. Suma tak obliczonej wielkości produkcji została podzielona przez powierzchnię przeznaczoną pod uprawę zbóż, ziemniaków i buraków.

Powyższy model jest więc modelem wielorównaniowym o równaniach współzależnych oraz jest on niejednoznacznie identyfikowalny.

Następnym trudnym problemem w modelach wielowymiarowych jest estymacja parametrów.

Metody estymacji parametrów modeli wielorównaniowych można podzielić na:

- procedury estymacji poszczególnych równań oddzielnie,
- metody łącznej estymacji wszystkich równań modelu.

W metodach estymacji pojedynczych równań ignorowane są związki korelacyjne pomiędzy składnikami losowymi pochodzącymi z różnych równań. Gdy składniki losowe pochodzące z różnych równań są skorelowane, bardziej efektywne są estymatory metod łącznej estymacji wszystkich równań modelu.

W przypadku modeli o równaniach współzależnych do najczęściej stosowanych metod estymacji należą potrójna metoda najmniejszych kwadratów (3MNK) oraz metoda największej wiarygodności z pełną informacją (NWPI) (por. [7]).

Wymienione metody są ekwiwalentne w przypadku, gdy każde równanie strukturalne jest jednoznacznie identyfikowalne. W naszym przypadku model jest niejednoznacznie identyfikowalny.

W celu porównania wyników estymacji do oszacowania ocen parametrów skonstruowanego modelu wielorównaniowego zastosowaliśmy dwie wymienione metody. W obu przypadkach zbadaliśmy jakość ocen parametrów strukturalnych oraz stopień zgodności uzyskanych modeli z danymi empirycznymi. Uwzględniliśmy standardowe błędy szacunku parametrów, odchylenia standardowe reszt i współczynniki korelacji wielorakiej dla poszczególnych równań modelu oraz wartość funkcji wiarygodności<sup>2</sup>.

Przy estymacji ocen parametrów modelu potrójną metodą najmniejszych kwadratów logarytm funkcji wiarygodności wynosił  $-2011,2$  (po zlogarytmowaniu zmiennych,  $\log\text{-likelihood} = 506,1$ ), natomiast przy zastosowaniu metody największej wiarygodności z pełną informacją logarytm funkcji wiarygodności wynosił  $-2008,0$  (po zlogarytmowaniu zmiennych,  $\log\text{-likelihood} = 533,4$ ). W obu przypadkach standardowe błędy szacunku parametrów nie przekraczały 50% wartości parametrów. Z uwagi na nieco lepsze wyniki estymacji metodą największej wiarygodności z pełną informacją do badań przyjęliśmy model oszacowany tą metodą.

---

<sup>2</sup>Z przyczyn numerycznych nie oblicza się wartości funkcji wiarygodności, lecz jej logarytm naturalny ( $\log\text{-likelihood function}$ ). Wyższe wartości logarytmu wiarygodności świadczą o lepszym dopasowaniu modelu do danych empirycznych.

Następnie przeprowadziliśmy badania w celu stwierdzenia, czy składniki losowe pochodzące z trzech równań naszego modelu są skorelowane. Wielkości współczynników korelacji składników losowych uzyskanych przy estymacji ocen parametrów modelu metodą największej wiarygodności z pełną informacją przedstawiają dane w tabeli 1.

**Tabela 1**

Wielkości współczynników korelacji pomiędzy składnikami losowymi

Wyszczególnienie	Produkcja roślinna w zł/ha	SD na 1 ha	Plon przeliczeniowy
Produkcja roślinna w zł/ha	1,0000		
SD na 1 ha	-0,0849	1,0000	
Plon przeliczeniowy	-0,4573	0,8618	1,0000

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych empirycznych wykonane pakietem PcGive 9.2.

Wiadomo, że estymatory NWPI są asymptotycznie bardziej efektywne w stosunku do estymatorów metod, za pomocą których szacuje się parametry każdego równania z osobna, gdy składniki losowe pochodzące z różnych równań są skorelowane (por. [7]). W naszym przypadku korelacja pomiędzy składnikami losowymi jest znaczna.

W celu porównania dokonaliśmy także oszacowania ocen parametrów jednowymiarowego modelu ekonometrycznego, przyjmując jako zmienną objaśnianą produkcję roślinną w zł na ha. Na podstawie tego samego materiału empirycznego dokonaliśmy doboru zmiennych objaśniających do jednowymiarowego modelu metodą regresji krokowej (forward selection i backward selection) a oceny parametrów jednowymiarowego modelu oszacowaliśmy MNK.

## Wyniki badań

Model wielorównaniowy po oszacowaniu ocen parametrów strukturalnych ma postać:

$$\hat{Y}_1 = 66,7 Y_3 + 1001,8 X_1 + 0,036 X_2 - 1802,7$$

$$(9,83) \quad (193,98) \quad (0,012) \quad (275,1)$$

$$\hat{Y}_2 = -0,000136 Y_1 + 0,004818 X_3 + 0,01393 X_4 + 0,0000975 X_5 + 0,6587$$

(0,0000222)    (0,00052)    (0,0034)    (0,000036)    (0,039)

$$\hat{Y}_3 = -34,97 Y_2 + 0,02377 X_6 + 0,01232 X_7 + 0,01768 X_8 + 49,99$$

(6,42)    (0,0052)    (0,0036)    (0,0062)    (4,56)

gdzie:

$Y_1$  – wartość produkcji roślinnej w zł na 1 ha UR,

$Y_2$  – liczba SD na 1 ha UR,

$Y_3$  – plon przeliczeniowy w dt/ha,

$X_1$  – udział gleb dobrych w %,

$X_2$  – wartość maszyn w zł na 1 ha UR,

$X_3$  – praca w osobach na 1 ha UR,

$X_4$  – powierzchnia TUZ w ha,

$X_5$  – koszty energii i paliw w zł na 1 ha UR,

$X_6$  – NPK w kg na 1 ha UR,

$X_7$  – koszty materiału siewnego w zł na 1 ha UR,

$X_8$  – koszty pestycydów w zł na 1 ha UR,

( ) – wartości standardowych błędów szacunku parametrów strukturalnych.

Ocenę dopasowania modelu wielowymiarowego do danych empirycznych przeprowadziliśmy za pomocą wielkości odchylenia standardowego (Se) i współczynnika korelacji wielorakiej (R) poszczególnych równań. Wielkości tych estymatorów zamieszczone są w tabeli 2.

**Tabela 2**  
Wielkości  $S_e$  i R

Równanie	Wielkości $S_e$	Wielkości R
Pierwsze	725,73	0,70
Drugie	0,28	0,69
Trzecie	12,42	0,77

Otrzymane wielkości wskazują na niezłe dopasowanie poszczególnych równań modelu wielowymiarowego do danych empirycznych. Dodatkowo przeprowadzona weryfikacja istotności parametrów strukturalnych modelu wielorównaniowego wykazała ich istotność na poziomie  $\alpha = 0,01$ . Natomiast badania jednorodności wariancji składników losowych wykazały, że składniki losowe występujące w poszczególnych równaniach są sferyczne.

W oszacowanym modelu wielorównaniowym występują wielostronne zależności pomiędzy zmiennymi. Uwzględnione zmienne odgrywają różną rolę w poszczególnych równaniach. Zmienna objaśniana  $Y_1$  – wartość produkcji roślinnej w zł/ha w równaniu pierwszym jest zmienną objaśniającą w równaniu drugim. Natomiast zmienna objaśniana  $Y_2$  – liczba SD na 1 ha UR w równaniu drugim jest zmienną objaśniającą w równaniu trzecim itp. Gdy te same zmienne odgrywają różną rolę w poszczególnych równaniach, wówczas model taki należy do klasy modeli wielorównaniowych o równaniach współzależnych. Oszacowane oceny parametrów takiego modelu należy interpretować łącznie, a nie rozdzielnie, jak w przypadku modeli jednorównaniowych (por. [8]). Produkcja roślinna w badanych gospodarstwach była determinowana przez wyżej wymieniony zespół zmiennych, uwzględnionych w trzech równaniach modelu wielorównaniowego. Widoczne są wzajemne związki występujące pomiędzy wielkością produkcji roślinnej a technologią uprawy oraz wielkością produkcji zwierzęcej. Wzrost udziału gleb dobrych o 1% w badanych gospodarstwach wpływał na zwiększenie produkcji roślinnej średnio o ponad 1000 zł/ha przy średnim poziomie pozostałych zmiennych. Natomiast wzrost wyposażenia badanych gospodarstw w maszyny i urządzenia o 10 tys. zł wpływał na zwiększenie produkcji roślinnej średnio o około 400 zł/ha przy średnim poziomie pozostałych zmiennych uwzględnionych w modelu wielorównaniowym. Zaobserwowano także wpływ wielkość plonu przeliczeniowego na produkcję roślinną w badanych gospodarstwach. Wraz ze wzrostem plonu przeliczeniowego o 1 dt/ha wartość produkcji roślinnej zwiększała się średnio o blisko 67 zł/ha (w badanych okresie średnia cena 1 dt zbóż wynosiła 300 zł, 1 dt ziemniaków 30 zł, a buraków 10 zł). Wielkość plonu przeliczeniowego zależna była od stosowanej technologii uprawy (wielkości NPK, kosztu materiału siewnego, kosztu stosowanych pestycydów) oraz od wielkości produkcji zwierzęcej wyrażonej w modelu przez obsadę inwentarza żywego na 100 ha UR. Zależność pomiędzy liczbą inwentarza żywego w badanych gospodarstwach a wielkością plonu była ujemna. Jest to bardzo interesujący rezultat. Można więc sądzić, że w badanej populacji gospodarstwa o przewadze produkcji zwierzęcej mniejszą wagę przywiązywały do wielkości towarowej produkcji roślinnej. Na ujemny efekt wzrostu pogłowia zwierząt mierzony wielkością plonu przeliczeniowego wpłynęły głównie czynniki wytwórcze, które determinowały liczbę SD na 1 ha UR w badanych gospodarstwach, tj. powierzchnia TUZ, koszt energii i paliw, praca ludzka i wielkość produkcji roślinnej. Wraz ze wzrostem produkcji roślinnej o 10 tys. zł wielkość obsady zwierząt w badanych gospodarstwach zmniejszała się średnio o ponad 1 SD na 1 ha UR.



Oszacowane oceny parametrów modelu wielorównaniowego wskazują wyraźnie na wielokierunkowe zależności pomiędzy czynnikami wytwórczymi w gospodarstwach rolniczych. Związki te są szczególnie wyraźne pomiędzy produkcją roślinną a produkcją zwierzęcą, które w badanych gospodarstwach były obustronne.

Oszacowane oceny parametrów modelu jednorównaniowy klasyczną MNK, w którym zmienną objaśnianą była produkcja roślinna w zł/ha, mają następujące wielkości:

$$\hat{Y}_1 = 1,8016 X_1 + 30,83 X_2 - 27,33 X_3 - 1016,5 X_4 + 879,5 X_5 + 0,0629 X_6$$

$$(0,6133) \quad (4,78) \quad (6,16) \quad (110,9) \quad (163,6) \quad (0,015)$$

$$R^2 = 79,18$$

gdzie:

$Y_1$  – wartość produkcji roślinnej w zł na 1 ha UR,

$X_1$  – NPK w kg na 1 ha UR,

$X_2$  – plon przeliczeniowy w dt/ha,

$X_3$  – powierzchnia UR w ha,

$X_4$  – liczba SD na 1 ha UR,

$X_5$  – udział gleb dobrych w %,

$X_6$  – wartość maszyn w zł na 1 ha UR,

( ) – wartości standardowych błędów szacunku parametrów strukturalnych.

Powyższy model został oszacowany na podstawie tej samej próby. Doboru zmiennych do modelu dokonaliśmy metodą regresji krokowej (forward selection). Liczba zmiennych objaśniających produkcję roślinną jest tu znacznie mniejsza niż w modelu wielorównaniowym. Oszacowane oceny parametrów wskazują tu na jednokierunkowe powiązania czynników produkcji ze zmienną objaśnianą. Zwiększenie wielkości stada zwierząt o 1 SD/ha powoduje spadek produkcji roślinnej średnio o ponad 1000 zł/ha. Zachowany jest tu taki sam kierunek zależności pomiędzy wielkością produkcji roślinnej i zwierzęcej, ale wartość estymatora jest znacznie większa niż w modelu wielorównaniowym. Wielkość tego estymatora zawiera prawdopodobnie wartość współzmienności tej zmiennej z innymi zmiennymi nie uwzględnionymi w modelu jednorównaniowym. Nie jesteśmy w stanie określić tej wielkości na podstawie oszacowa-

nego modelu jednowymiarowego. Natomiast taką analizę wzajemnych powiązań mogliśmy przeprowadzić na podstawie estymatorów modelu wielorównaniowego. Trudno także jednoznacznie zinterpretować bezpośredni wpływ wielkości nawożenia na wartość produkcji roślinnej. Raczej wpływ tej zmiennej jest przez wielkość plonu, która jest determinowana wielkością nawożenia mineralnego, itp. Takiej analizy wzajemnych powiązań nie możemy przeprowadzić na podstawie jednorównaniowego modelu ekonometrycznego.

## Podsumowanie i wnioski

Przeprowadzone badania wykazały, że modele wielorównaniowe mogą być bardzo przydatne do analizy wzajemnych powiązań czynników produkcji w gospodarstwach rolniczych. Badania wykazały, że związki przyczynowe nie są tu jednostronne i nie przebiegają jednokierunkowo. Oszacowane oceny parametrów modelu wielorównaniowego wskazały wyraźnie na wielokierunkowe zależności pomiędzy czynnikami wytwórczymi w gospodarstwach rolniczych. Związki te były szczególnie wyraźne pomiędzy produkcją roślinną o produkcją zwierzęcą i w badanych gospodarstwach były obustronne. Szczególnie zaobserwowano wzajemne związki występujące pomiędzy wielkością produkcji roślinnej a technologią uprawy i wielkością produkcji zwierzęcej.

Celem badań było także wskazanie odpowiednich metod doboru zmiennych do modeli wielorównaniowych oraz metod oszacowania ocen parametrów modelu. W zależności od klasy modeli wielorównaniowych można stosować różne metody doboru zmiennych. W przypadku modeli wielowymiarowych o równaniach współzależnych doboru zmiennych objaśniających dobre rezultaty daje metoda doboru zmiennych według procedury dwustopniowej. Równorzędnymi metodami estymacji okazały się być potrójna metoda najmniejszych kwadratów oraz metoda największej wiarygodności z pełną informacją.

## Literatura

1. BORKOWSKI B. SZCZESNY W.: Zastosowanie funkcji Cobb-Douglasa w badaniach ekonomiczno-rolniczych, *ZER* nr 4/1985, s. 49–61.
2. GREENE W. H.: *Econometric Analysis*, Prentice Hall, New York 2000.
3. KLEIN L.R.: *Wstęp do ekonometrii*, PWE, Warszawa 1965.
4. NOWAK E.: *Zarys metod ekonometrii. Zbiór zadań*, PWN, Warszawa 1994.

5. NOWAK E.: *Problemy doboru zmiennych do modelu ekonometrycznego*, PWN, Warszawa 1984.
6. RAMANATHAN R.: *Introductory Econometrics with Applications*, The Dryden Press, Fort Worth 1998.
7. WELFE A.: *Ekonometria*, PWE, Warszawa 1998.
8. WOŚ A.: O niektórych postaciach funkcji produkcji w rolnictwie, *Ekonomista* nr 4, 1964.

## Załącznik 1

Lista zmiennych uwzględnionych przy budowie modelu:

1. Wartość produkcji roślinnej [zł na ha UR].
2. Wartość produkcji zwierzęcej [zł na ha UR].
3. Wartość produkcji końcowej [zł na ha UR].
4. Powierzchnia TUZ [ha].
5. Powierzchnia GO [ha].
6. Powierzchnia UR [ha].
7. Udział gleb dobrych [%].
8. Praca [osoby na 1 ha].
9. Liczba SD w przeliczeniu na ha.
10. Wartość budynków [zł na ha].
11. Wartość maszyn [zł na ha].
12. Kubatura budynków [m<sup>3</sup>].
13. Liczba maszyn.
14. Zapasy produktów roślinnych na początku roku [zł na ha].
15. Plon przeliczeniowy [dt na ha].
16. NPK [kg na ha].
17. Koszty materiału siewnego [zł na ha].
18. Koszty pestycydów [zł na ha].
19. Koszty produkcji roślinnej [zł na ha].
20. Koszty usług weterynaryjnych [zł na ha].
21. Koszty zakupu pasz [zł na ha].
22. Koszty zakupu zwierząt [zł na ha].
23. Koszty produkcji zwierzęcej [zł na ha].
24. Koszty energii i paliw [zł na ha].
25. Koszty pośrednie [zł na ha].
26. Koszty działalności rolniczej [zł na ha].

## **The analysis of economic phenomena by using simultaneous equation models**

### **Abstract**

Widely applied single-equation econometric model deals with a single dependent variable. In more complex systems such model is not an adequate tool. Economic phenomena are characterized by interactions. In such cases simultaneous equation model is more appropriate. In simultaneous equation models there are no limits on kind and number of connections between endogenous variables. They can be applied everywhere where relationship between variables is not one-sided. The attempt of application of linear simultaneous model to analysis of interdependence between inputs and outputs in farm has been undertaken in this paper. There some data from 284 farms have been used in this research. For choosing explanatory variables two-stages procedure based on Hellwig's methods has been applied. In order to estimate the parameters joint estimation of entire system of equation – there-state least squares and full-information maximum likelihood methods have been used.

The endogenous variables of that model are: value of vegetable production, crop and livestock.