

Marcin Idzik

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych
SGGW

Zależność błędu od głębokości retrospekcji oraz momentu konstrukcji prognozy przy stałym horyzoncie prognozy

Wstęp

Formułowaniu sądów o przyszłości często towarzyszy obawa przed uzyskaniem prognozy nietrafnej. Wynika to między innymi z trudności pełnego i wiarygodnego uwzględnienia warunków i czynników wpływających na przebieg zjawiska w przyszłości. Stańko [1999] za podstawowe czynniki determinujące trafność prognoz uważa: horyzont prognozy, głębokość retrospekcji, informacje prognostyczne oraz metodę prognostyczną. Istotne znaczenie odgrywa również moment w przebiegu szeregu czasowego, w którym konstruujemy prognozę.

Powyższe aspekty wpływające na trafność prognoz zostały scharakteryzowane na przykładzie prognoz skonstruowanych dla danych kwartalnych z wykorzystaniem metody: dekompozycji szeregu czasowego, wyrównywania wykładniczego Wintersa, ekstrapolacji trendów jednoimiennych okresów oraz analizy harmonicznej. Wykorzystanie kilku metod prognozowania miało również na celu sprawdzenie wpływu głębokości retrospekcji, momentu konstrukcji prognozy oraz horyzontu prognozowania na otrzymane wyniki prognozowania. Opracowanie ma ponadto charakter próby doboru relatywnie „dobrej” metody spośród omawianych do konstrukcji prognoz średniookresowych kwartalnego skupu mleka¹. Przyjęto założenia, że: – rząd dokładności prognoz wynosi 5%, – budowane prognozy będą prognozami średniookresowymi, ponieważ dotyczą roku $n + 1$ z uwzględnieniem wszystkich czasokresów, – horyzont prognozy obejmuje cztery kwartały, – moment konstrukcji prognozy wyznacza czwarty kwartał każdego roku, poczynając do 1994 do 1999 r. Takie postępowanie umożliwi stopniowe wydłużanie okresu retrospekcji oraz wielokrotne powtarzanie procesu prognozowania na podstawie uaktualnionych modeli prognostycznych. Dla każdej metody postawiono prognozy zarówno na

¹ Przykład empiryczny dotyczy kształtowania się skupu mleka w Polsce w okresie od pierwszego kwartału 1993 r. do czwartego kwartału 2000 r.

podstawie modeli szacowanych z wydłużanego, jak również ze stałego okresu retrospekcji. Dzięki takiemu postępowaniu możliwe było porównanie prognoz dotyczących tych samych okresów, lecz uzyskanych na podstawie modeli szacowanych z większej liczby danych oraz modeli estymowanych tylko z najnowszych informacji obejmujących dwa ostatnie lata bezpośrednio poprzedzające okres objęty horyzontem prognozowania². Zastosowanie analizy *ex post* w stosunku do uzyskanych wyników prognozowania umożliwiło ocenę przydatności wspomnianych metod w wielokrotnym prognozowaniu oraz dostarczyło szczegółowych informacji o ich właściwościach w przypadku szeregu czasowego skupu mleka.

Przyjmując stały horyzont prognozy oraz zmienną głębokość retrospekcji, dla każdej zastosowanej metody prognostycznej zbudowano model wyrażający zależność błędu prognozy (MAPE)³ od głębokości okresu retrospekcji n :

$$MAPE = f(n) \quad (1)$$

W przypadku stałej głębokości retrospekcji postąpiono analogicznie, jednak z tą różnicą, że dokładność prognoz była uzależniona głównie od momentu konstrukcji prognozy oraz zastosowanej metody.

Jako podstawowy miernik dokładności prognoz wygastych przyjęto błąd bezwzględny procentowy obliczony wg wzoru⁴:

$$MAPE = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \left| \frac{y_{n+1} - y_{n+1}^*}{y_{n+1}} \right| 100\% \quad (2)$$

gdzie: y_{n+1} – wartości empiryczne w okresie $n + 1$

y_{n+1}^* – wartość prognozy w okresie $n + 1$

n – długość przedziału obserwacji ($n = 1, 2, \dots, N$),

l – okres prognozowania ($l = N+1, N+2, N+3, N+4$)

Modele postaci (1) dla poszczególnych zastosowanych metod prognozowania zostały zbudowane dla dwóch przypadków. Pierwszy dotyczył błędów prognoz *ex post* skonstruowanych na podstawie modeli szacowanych z systematycznie zwiększanej liczby danych użytych do budowy modelu, drugi obejmował prognozy uzyskane z modeli estymowanych ze stałej liczby danych, lecz pochodzących tylko z dwóch ostatnich lat poprzedzających okres objęty horyzontem prognozy. Szereg czasowy został podzielony na dwie części. Pierwsza z nich przedstawia długość przedziału obserwacji zjawiska – n

² Najkrótszy okres retrospekcji wynosi dwa lata.

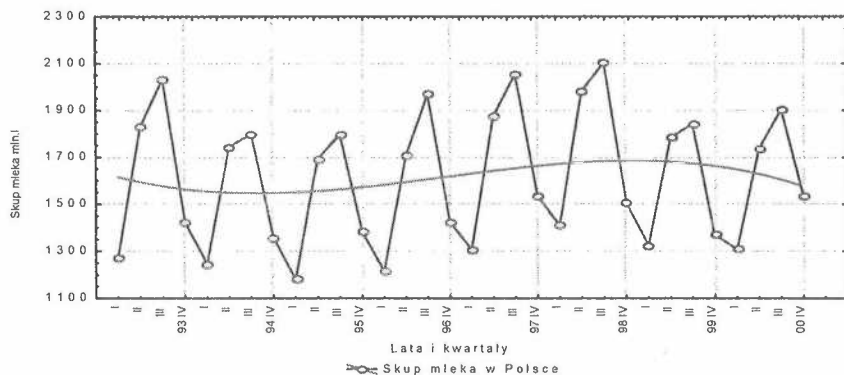
³ MAPE oznacza średni bezwzględny błąd procentowy.

⁴ Z uwagi na badanie dokładności prognoz retrospektywnych uzyskanych z wykorzystaniem kilku metod prognozowania w analizie porównawczej posłużono się średnim bezwzględnym błędem procentowym, jako najbardziej czytelną miarą porównawczą.

($n = 1, 2, \dots, N$), druga reprezentuje okres prognozowania l ($l = N + 1, N + 2, N + 3, N + 4$). W pierwszym przypadku na podstawie danych n z okresu ($n = 1, 2, \dots, N$), ..., ($n = 1, 2, \dots, 28$) zbudowano modele prognostyczne $\tilde{Y}_t = f(t) * S_t$, które posłużyły do wyznaczenia wartości szeregu czasowego \tilde{y}_t w okresie prognozowanym, odpowiadających $t = N + 1, N + 2, N + 3, N + 4$. Następnie przedział obserwacji rozwoju zjawiska został wydłużony o okres równy długości horyzontu prognozy sporządzonej w roku poprzednim, a jego długość wyniosła teraz ($n + 4$). Dla szeregu czasowego o długości ($n + 4$) zbudowano modele prognostyczne, według których obliczono prognozy dla kolejnych okresów $N + 1, N + 2, N + 3, N + 4$ i przeprowadzono analizę *ex post* na podstawie MAPE. Procedurę tę powtarzano do chwili, gdy okres prognozowania zrównał się z ostatnią obserwacją umożliwiającą weryfikację prognozy retrospektywnej. Podobnie postępowano w drugim przypadku, lecz zasadnicza różnica polegała na tym, że głębokość retrospekcji była stała. Na podstawie danych n z okresu ($n = 1, 2, \dots, N$), ($n = 5, 6, \dots, N$), ..., ($n = 21, 22, \dots, 28$) analogicznie jak poprzednio zbudowano modele prognostyczne $\tilde{Y}_t = f(t) * S_t$, dzięki którym uzyskano wartości prognozowane \tilde{y}_t dla okresów $t = N + 1, N + 2, N + 3, N + 4$. Takie postępowanie umożliwiło uzyskanie prognoz retrospektywnych, dzięki którym możliwe było dokonanie analizy *ex post* oraz określenie wielkości błędu prognozy dla okresu objętego horyzontem prognozy.

Modele prognozowania wielkości skupu mleka w Polsce

Skup mleka w Polsce charakteryzuje się sezonowością (wykres 1). Rosnącą ilość skupowanego mleka odnotowuje się w drugich, a najwyższą w trzecich kwartałach (23% wyższy niż średni skup w roku). Najniższy skup ma miejsce w pierwszych kwartałach i jest niższy średnio o 22% w stosunku do średniego poziomu w roku. Na przestrzeni całego badanego okresu występuje tendencja wzrostowa: $y = 3,578t + 1555,74$. Opisując szereg czasowy skupu mleka w okresie od pierwszego kwartału 1993 r. do czwartego kwartału 2000 r. wielomianem stopnia trzeciego: $y = 1634,716 - 26,059 \cdot t + 2,332 \cdot t^2 - 0,048 \cdot t^3 + \text{eps}$, możliwe jest określenie wyraźnej tendencji spadkowej na początku oraz na końcu badanego okresu.



Wykres 1

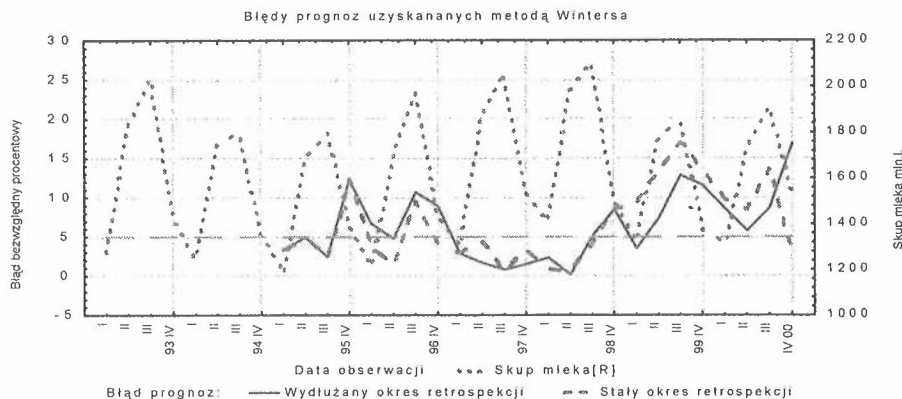
Kwartalny skup mleka w Polsce w okresie od I kwartału 1995 r. do IV kwartału 2000 r. wg GUS

W literaturze przedmiotu występuje wiele metod uwzględniających wpływ wahań periodycznych na zmienną prognozowaną⁵. W tym opracowaniu uwaga została zwrócona tylko na niektóre, jednak zasadniczo różniące się algorytmem szacowania składników sezonowych i trendu. Metoda Wintersa jako adaptacyjna technika prognozowania zasługuje na uwagę ze względu na fakt możliwości rozluźniania podstawowych założeń klasycznej teorii predykcji⁶.

Uzyskane wyniki obejmują dwa przypadki, gdy modele prognostyczne konstruowane były sekwencyjnie na podstawie stałego i zmiennego okresu retrospekcji. W pierwszym przypadku parametry modeli szacowano dla każdego roku jednocześnie stopniowo zwiększając okres retrospekcji. Do wyznaczenia prognoz na rok 1995 oszacowano model na podstawie danych z lat 1993–1994, prognozy na rok 1996 uzyskano z modelu oszacowanego na podstawie danych z lat 1993–1995 itd. W drugim przypadku modele prognostyczne estymowano również sekwencyjnie, jednak nie zwiększano liczby danych użytych w konstrukcji modeli. Prognozy na rok 1995 uzyskano z modelu oszacowanego z lat 1993–1994, prognozy na rok 1996 uzyskano z modelu oszacowanego na podstawie danych z lat 1994–1995 itd. Podobna procedura sekwencyjnego postępowania została zastosowana w przypadku pozostałych metod prognozowania.

⁵ Należy zaznaczyć, iż wspomniane metody znajdują swe charakterystyki w większości publikacji z zakresu analizy i prognozowania na podstawie szeregów czasowych. Por. prace: Analiza ... [1996], Dittman [1996], Farnum i Stanton [1989], Stańko [1999], Zeliaś i inni [1997].

⁶ Założenia klasycznej teorii predykcji przedstawiają m.in. Stańko [1999], Zeliaś [1997].



Wykres 2

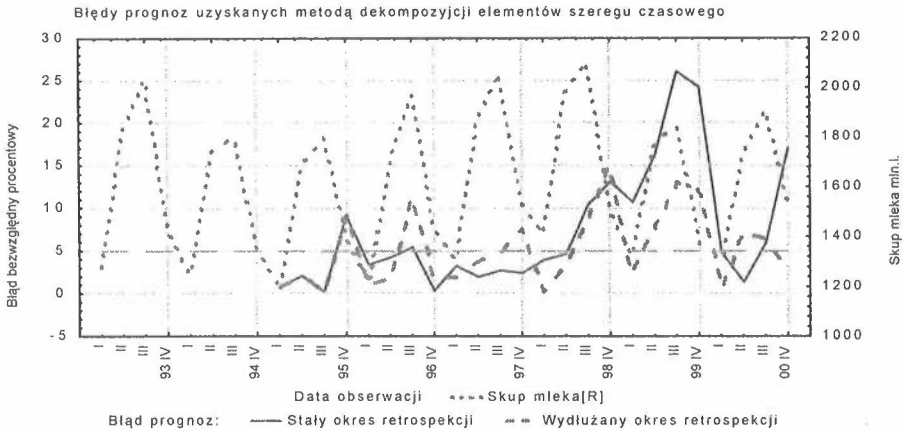
Błędy bezwzględne procentowe prognoz wygasłych uzyskananych metodą Wintersa, dla stałego i zmiennego okresu retrospekcji na tle ilości skupowanego mleka w okresie od I kwartału 1995 r. do IV kwartału 2000 r.

Analiza wykresu 2 wskazuje, iż w okresie ustabilizowanego „jednokierunkowego” rozwoju zjawiska brak jest zasadniczych różnic w wielkości błędów prognoz wygasłych (por. tab. 1 i 2), które by wynikały z liczby danych historycznych użytych do konstrukcji modelu prognostycznego. Średni błąd (MAPE) wszystkich prognoz dla stopniowo wydłużanego okresu retrospekcji wyniósł 6,37%, a prognoz dopuszczalnych 2,6%. W trzynastu przypadkach otrzymano prognozy niedopuszczalne, co stanowi 54% postawionych prognoz. Pod względem horyzontu prognozy wartości krytyczne błędu przekroczone w prognozach na pierwsze kwartały w 33,3% postawionych prognoz, na drugie kwartały 33,3%, na trzecie 66,6% i na czwarte 83,33%.

Prognozując na podstawie modelu szacowanego sekwencyjnie ze stałą liczbą danych, MAPE wszystkich prognoz wyniósł 6,48%, a prognoz dopuszczalnych 2,87%. W dziesięciu przypadkach otrzymano prognozy niedopuszczalne, co stanowi 41,66% postawionych prognoz. Udział prognoz niedopuszczalnych, na pierwsze kwartały wyniósł 33,3%, na drugie 33,3%, na trzecie 50% oraz na czwarte 50%. Lepszą skuteczność prognozowania uzyskano dla modeli szacowanych na podstawie krótkiego okresu retrospekcji.

Do predykcji szeregu czasowego skupu mleka wykorzystano także metodę wskaźników, nazywaną dekompozycją sezonową⁷.

⁷ Szczegółową charakterystykę tej metody można znaleźć w pracy: Stańko [1999], natomiast modyfikację tej metody opartą na iteracyjnym podejściu prezentuje Dittman [1996].



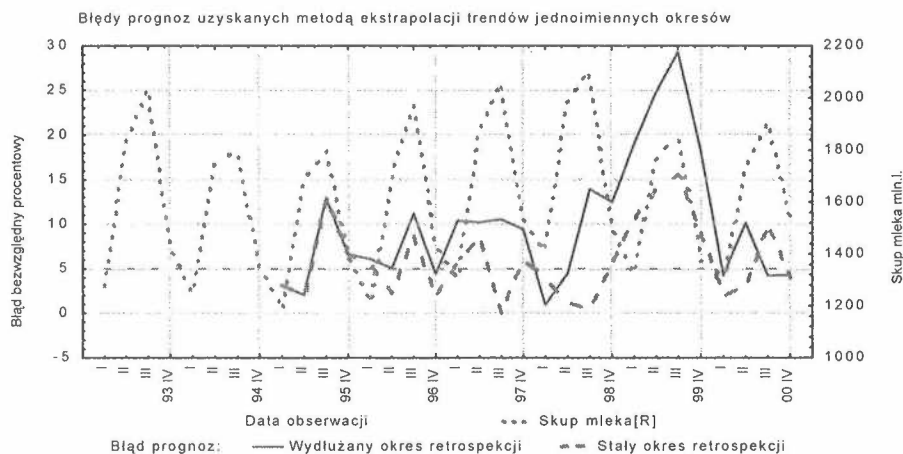
Wykres 3

Błędy bezwzględne procentowe prognoz wygasłych uzyskanych metodą dekompozycji elementów szeregu czasowego, dla stałego i zmiennego okresu retrospekcji na tle ilości skupowanego mleka w okresie od I kwartału 1995 r. do IV kwartału 2000 r.

Podobnie jak w przypadku metody Wintersa, uzyskane wyniki obejmują dwa przypadki, gdy modele prognostyczne konstruowane były na podstawie stałego i zmiennego okresu retrospekcji. Analiza wykresu 3 wskazuje na znaczne różnice w wielkości błędów występujących w okresie zmiany kierunku rozwoju zjawiska, jaki miał miejsce pod koniec 1998 r. Dokładniejsze prognozy na 1999 i 2000 rok otrzymano stosując model oszacowany z większej liczby obserwacji. Średni błąd wszystkich prognoz (MAPE) dla stopniowo wydłużanego okresu retrospekcji wyniósł 5,21%, a prognoz dopuszczalnych 1,96%. W dziesięciu przypadkach otrzymano prognozy niedopuszczalne, co stanowi 41,66% postawionych prognoz. Pod względem horyzontu prognozy wartości krytyczne błędów przekroczone w prognozach na drugie kwartały – 33,3% postawionych prognoz, na trzecie 66,6%, na czwarte – 66,6%.

Prognozując na podstawie modeli estymowanych ze stałej liczby danych MAPE wyniósł 7,28%. W dziesięciu przypadkach otrzymano prognozy niedopuszczalne, co stanowi 41,66% postawionych prognoz. Średni błąd prognoz dopuszczalnych – 2,6%. Udział prognoz niedopuszczalnych, postawionych na pierwsze kwartały wyniósł 16,6%, na drugie 16,6%, na trzecie 66,6% oraz na czwarte 66,6%. Dla modeli szacowanych na podstawie zarówno krótkiego, jak i wydłużanego okresu retrospekcji uzyskano zbliżoną skuteczność prognozowania. Podobnie jak w przypadku metody Wintersa, przyczyna większego błędów średniego tkwi w dużych odchyleniach dla prognoz postawionych w okresie zmiany kierunku trendu.

Korzystając z metody ekstrapolacji trendów jednoimiennych⁸ okresów skonstruowano prognozy wielkości skupu mleka na poszczególne kwartały kolejnego okresu ($t = k + 1$). Prognozy zostały wyznaczone przez ekstrapolację oszacowanych linii trendu (wykres 4). Średni błąd bezwzględny wszystkich postawionych prognoz w przypadku wydłużania okresu retrospekcji wyniósł 9,94%, natomiast błąd prognoz dopuszczalnych 3,48%. W szesnastu przypadkach na 24 postawione prognozy otrzymano prognozy niedopuszczalne, co stanowi 66,6%. Udział prognoz niedopuszczalnych w pierwszych kwartałach wyniósł 50%, w drugich 66,6%, w trzecich 83,3% oraz w czwartych 66,6%.



Wykres 4

Błędy bezwzględne procentowe prognoz wygasłych uzyskanych metodą ekstrapolacji trendów jednoimiennych okresów, dla stałego i zmiennego okresu retrospekcji na tle ilości skupowanego mleka w okresie od I kwartału 1995 r. do IV kwartału 2000 r.

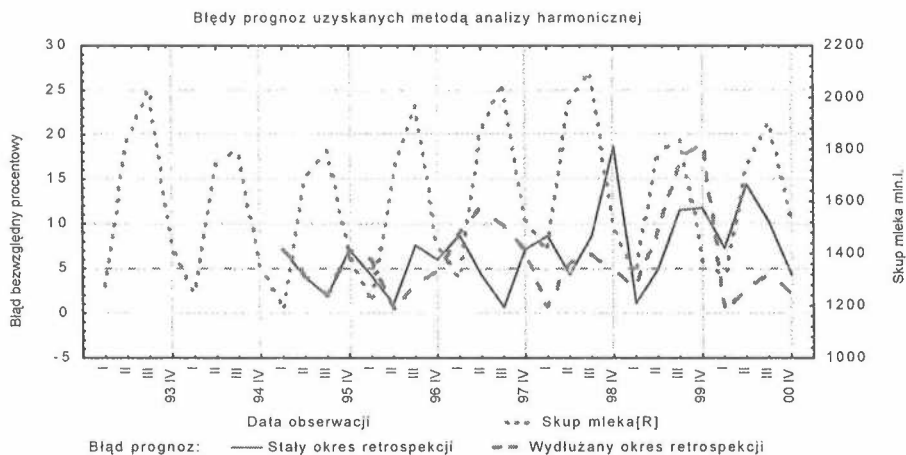
Nieco odmienne wyniki otrzymano prognozując na podstawie stałego okresu retrospekcji. Prognozy niedopuszczalne stanowiły 50% postawionych prognoz. Błąd prognoz dopuszczalnych wyniósł 2,19%, natomiast średni błąd wszystkich prognoz 5,93%. Udział prognoz niedopuszczalnych postawionych na pierwsze kwartały wyniósł 50%, drugie – 33,3%, trzecie – 66,6%, czwarte – 66,6%.

Przewidywany skup mleka oraz błędy prognoz wyznaczonych metodą analizy harmonicznej⁹ w poszczególnych kwartałach przedstawia wykres 5. Przy wydłużeniu okresu retrospekcji udział prognoz niedopuszczalnych wyniósł 50%. Średni błąd wszystkich postawionych prognoz wyniósł 6,19%, a błąd prognoz dopuszczalnych 2,72%. Udział prognoz niedopuszczalnych

⁸ Charakterystyka tej metody przedstawiona jest m.in. w pracy Zeliaś [1997].

⁹ Charakterystykę tej metody można znaleźć w pracy Dittman [1996].

postawionych na pierwsze kwartały wyniósł 50%, drugie – 50%, trzecie – 50%, czwarte – 50%. Prognozując na podstawie modelu szacowanego sekwencyjnie, lecz ze stałej liczby danych, średni błąd wszystkich prognoz wyniósł 6,9%, a błąd prognoz dopuszczalnych 3,08%. W czternastu przypadkach otrzymano prognozy niedopuszczalne, co stanowi 58,33% postawionych prognoz. Udział prognoz niedopuszczalnych postawionych na pierwsze kwartały wyniósł 66,6%, na drugie 16,6%, na trzecie 66,6% oraz na czwarte 83,3%.



Wykres 5

Błędy bezwzględne procentowe prognoz wygasłych uzyskanych metodą analizy harmonicznej, dla stałego i zmiennego okresu retrospekcji na tle ilość skupowanego mleka w okresie od I kwartału 1995 r. do IV kwartału 2000 r.

Obliczone średnie bezwzględne błędy procentowe prognoz wygasłych stawianych na poszczególne kwartały kolejnych lat dostarczyły informacji potrzebnych do budowy liniowych modeli zależność średniego błędu prognoz od długości przedziału obserwacji w poszczególnych etapach prognozowania. Dane zawarte w tabeli 1 dotyczą przypadku, gdy modele prognostyczne szacowano sekwencyjnie, z roku na rok stopniowo zwiększając liczbę danych, na podstawie których szacowano parametry modeli prognostycznych. Oszacowane funkcje regresji obrazują poziom i zmiany średnich bezwzględnych błędów prognoz zarówno dla poszczególnych rocznych podokresów, jak również zmiany błędów wszystkich prognoz *ex post* dla stopniowo wydłużanego okresu retrospekcji. W większości przypadków wg oszacowanych modeli średnich bezwzględnych błędów prognoz nie następuje zasadnicza zmiana dynamiki wyrażająca się w spadku lub wzroście błędów prognoz będąca efektem zwiększania głębokości retrospekcji. Znaczne zmiany występują natomiast w wartościach błędów średnich w poszczególnych latach oraz w charakterystykach parametrów modeli określających wartości początkowe błędów prognoz.

Istotne znaczenie odgrywa horyzont prognozy. W osiemnastu przypadkach na dwadzieścia cztery postawione prognozy można zaobserwować tendencję wzrostową błędów wraz z wydłużaniem horyzontu prognozy, czego przyczyną są wysokie wartości błędów prognoz stawianych na trzecie, a szczególnie na czwarte kwartały. Spośród 24 prognoz postawionych na pierwsze kwartały 33,3% okazało się prognozami niedopuszczalnymi, na drugie kwartały 37,5%, na trzecie 66,6%, a na czwarte 75,2%. Wskazuje to na silny związek pomiędzy horyzontem prognozy a błędem prognoz. Ogólnie rezultaty prognozowania można uznać za niezadowalające, gdyż aż 51,33% spośród 96 postawionych prognoz okazało się prognozami niedopuszczalnymi.

Dodatkowy element analizy stanowiła konstrukcja prognoz na podstawie modeli szacowanych sekwencyjnie na podstawie stałej głębokości retrospekcji wynoszącej osiem kwartałów przy stałym horyzoncie prognozowania równym cztery kwartały. Zestawienia w tabelach 1 i 2 wskazują na brak wyraźnego związku pomiędzy spadkiem błędów prognoz, a odległością okresu historycznego, z którego pochodzą informacje, na podstawie których oszacowano modele prognostyczne do prognozowania średniookresowego. Podobnie jak poprzednio, znaczącą rolę odgrywa horyzont prognozy. Spośród 24 prognoz postawionych na pierwsze kwartały 41,66% było prognozami niedopuszczalnymi, na drugie 25%, na trzecie 62,5%, a na czwarte 75,2%. Ogólnie spośród 96 postawionych prognoz 48,95% było prognozami niedopuszczalnymi.

Większa skuteczność prognozowania (tab. 3) średniookresowego ma miejsce w przypadku zastosowania modeli prognostycznych szacowanych tylko na podstawie najnowszych danych, co jednocześnie obejmuje przypadek prognozowania na podstawie stałej głębokości retrospekcji.

Tabela 1

Liniowe modele wszystkich średnich bezwzględnych błędów procentowych prognoz wygasłych oraz ich wartości średnie przy stałym horyzoncie prognozowania oraz wydłużanym okresie retrospekcji

Analiza <i>ex post</i> za okres	Modele błędów prognoz oraz średnie bezwzględne błędy prognoz wg metody prognozowania							
	Wygładzanie wykładnicze Wintersa		Dekompozycja sezonowa		Ekstrapolacja trendów jednoimiennych okresów		Analiza harmoniczna	
	Model błędów	MAPE	Model błędów	MAPE	Model błędów	MAPE	Model błędów	MAPE
1995	$Y = -0,31 + 2,44 \cdot t$	5,80	$Y = -2,70 + 2,31 \cdot t$	3,07	$Y = 0,84 + 2,14 \cdot t$	6,20	$Y = 5,56 - 0,20 \cdot t$	5,05
1995–1996	$Y = 3,12 + 0,82 \cdot t$	6,79	$Y = 0,90 + 0,57 \cdot t$	3,48	$Y = 4,82 + 0,36 \cdot t$	6,44	$Y = 5,71 - 0,30 \cdot t$	4,32
1995–1997	$Y = 7,32 - 0,34 \cdot t$	5,10	$Y = 1,57 + 0,34 \cdot t$	3,83	$Y = 4,35 + 0,51 \cdot t$	7,60	$Y = 3,05 + 0,45 \cdot t$	6,06
1995–1998	$Y = 6,39 - 0,18 \cdot t$	4,84	$Y = 0,96 + 0,42 \cdot t$	4,54	$Y = 5,19 + 0,30 \cdot t$	7,75	$Y = 4,77 + 0,10 \cdot t$	5,60
1995–1999	$Y = 4,36 + 0,12 \cdot t$	5,64	$Y = 0,72 + 0,44 \cdot t$	5,39	$Y = 1,50 + 0,88 \cdot t$	10,78	$Y = 2,67 + 0,40 \cdot t$	6,95
1995–2000	$Y = 3,44 + 0,23 \cdot t$	6,37	$Y = 2,45 + 0,22 \cdot t$	5,21	$Y = 5,77 + 0,33 \cdot t$	9,94	$Y = 5,52 + 0,02 \cdot t$	5,09

Źródło: Obliczenia własne.

Tabela 2

Liniowe modele wszystkich średnich bezwzględnych błędów procentowych prognoz wygasłych oraz ich wartości średnie przy stałej głębokości retrospekcji oraz stałym horyzoncie prognozowania

Analiza <i>ex post</i> za okres	Modele błędów prognoz oraz średnie bezwzględne błędy prognoz wg metody prognozowania							
	Wygładzanie wykładnicze Wintersa		Dekompozycja sezonowa		Ekstrapolacja trendów jed- noimiennych okresów		Analiza harmoniczna	
	Model błędów	MAPE	Model błędów	MAPE	Model błędów	MAPE	Model błędów	MAPE
1995	$Y = -0,31 + 2,44 \cdot t$	5,79	$Y = -2,70 + 2,31 \cdot t$	3,07	$Y = 0,84 + 2,14 \cdot t$	6,20	$Y = 5,56 - 0,20 \cdot t$	5,05
1995–1996	$Y = 4,34 + 0,20 \cdot t$	5,24	$Y = 2,15 + 0,23 \cdot t$	3,22	$Y = 5,86 - 0,10 \cdot t$	5,38	$Y = 4,64 + 0,05 \cdot t$	4,87
1995–1997	$Y = 5,84 - 0,21 \cdot t$	4,46	$Y = 3,05 - 0,006 \cdot t$	3,01	$Y = 5,90 - 0,09 \cdot t$	5,27	$Y = 4,83 + 0,02 \cdot t$	4,98
1995–1998	$Y = 5,20 - 0,11 \cdot t$	4,23	$Y = 0,86 + 0,40 \cdot t$	4,27	$Y = 6,43 - 2,09 \cdot t$	4,65	$Y = 2,69 + 0,41 \cdot t$	6,25
1995–1999	$Y = 1,95 + 0,38 \cdot t$	6,04	$Y = -2,86 + 0,96 \cdot t$	7,27	$Y = 3,50 + 0,25 \cdot t$	6,16	$Y = 3,37 + 0,29 \cdot t$	6,47
1995–2000	$Y = 2,6 + 0,31 \cdot t$	6,48	$Y = 0,06 + 0,57 \cdot t$	7,28	$Y = 4,63 + 0,1 \cdot t$	5,03	$Y = 4,25 + 0,18 \cdot t$	6,61

Źródło: Obliczenia własne.

Tabela 3

Skuteczność prognozowania wg zastosowanych metod prognozowania w zależności od głębokości okresu retrospekcji oraz horyzontu prognozy

Metoda prognozowania	Skuteczność prognozowania przy wydłużonym okresie retrospekcji						
	udział prognoz dopuszczalnych ogółem (%)	MAPE wszystkich prognoz	MAPE prognoz dopuszczalnych	udział prognoz dopuszczalnych wg horyzontu prognozy (%)			
				kwartał			
				I	II	III	IV
Wintersa	45,8	6,37	2,6	66,7	66,7	33,3	16,6
Dekompozycja sezonowa	58,34	5,21	1,96	100	66,7	33,3	33,3
Ekstrapolacja tr. jedn. okr.	33,3	9,94	3,48	50	33,3	16,7	33,3
Analiza harmoniczna	50	6,16	2,27	50	50	50	50
Skuteczność prognozowania przy stałym okresie retrospekcji							
Wintersa	58,34	6,78	2,87	66,7	66,7	50	50
Dekompozycja sezonowa	58,34	7,28	2,60	83,4	83,4	33,3	33,3
Ekstrapolacja tr. jedn. okr.	50	5,93	2,19	50	66,6	33,3	33,3
Analiza harmoniczna	41,67	6,90	3,08	33,3	83,4	33,3	16,7

Źródło: Obliczenia własne.

Podsumowanie

Przy zastosowaniu metody Wintersa liczba danych użytych w konstrukcji modelu może mieć mniejsze znaczenie z uwagi na dość elastyczną możliwość doboru parametrów wygładzania. Omawiany przypadek potwierdza tezę, że nadanie większego znaczenia obserwacjom najnowszym, w przypadku dużej zmienności szeregu czasowego podnosi trafność przewidywań średniookresowych. Jednak zbyt mała liczba danych użytych do estymacji parametrów modelu zasadniczo może obniżyć jego wartość prognostyczną. Dodatkowy aspekt stanowi składnik sezonowy, który szacowany na podstawie kilku bieżących lat może się znacznie różnić (a w szczególności jego amplituda) od oszacowań dokonanych na podstawie wszystkich posiadanych danych. Przykładem jest analiza harmoniczna, której algorytm wymaga znacznej liczby danych w celu prawidłowego oszacowania parametrów składowych harmonicznych. Metoda ekstrapolacji trendów jednoimiennych okresów okazała się skuteczniejsza w prognozowaniu na podstawie stałego okresu retrospekcji, co związane jest z trafnymi prognozami w okresie ustabilizowanego wzrost lub spadku wartości zmiennej prognozowanej. Stosując większą liczbę danych, lecz pochodzących zarówno z okresu wzrostu, jak i spadku, popełniamy większe błędy prognoz.

Przeprowadzona analiza zakłada stały horyzont prognozowania, jednak analiza błędów prognoz wygasłych wskazuje w większości przypadków na wzrost wartości błędów wraz ze wzrostem horyzontu prognozy. Nie odnotowano natomiast spadku wartości błędów prognoz *ex post*, wydłużając okres retrospekcji, czego przyczyną jest zmiana kierunku przebiegu zjawiska w końcowym okresie, na podstawie którego szacowano model. Trafną prognozę możemy otrzymać jedynie wówczas, gdy zarówno dane użyte do oszacowania modelu, jak i horyzont prognozy obejmuje okres, w którym nie następuje zmiana kierunku tendencji rozwojowej. Jednak w większości przypadków nie wiemy, czy w okresie objętym horyzontem prognozowania utrzyma się zaobserwowana tendencja, dlatego aby minimalizować prawdopodobieństwo popełnienia dużych błędów systematycznych, należy szacować modele prognostyczne nie tylko na podstawie oceny bieżącej sytuacji. Związane jest to również z wyborem metody prognozowania, kiedy to nie powinno korzystać się ze wskazań błędów przy pojedynczych prognozach, lecz podstawą wyboru metody powinna być minimalizacja odpowiednio uśrednionych błędów prognoz wygasłych, przy wielokrotnym powtarzaniu procesu prognozowania z zastosowaniem określonej metody do konkretnego zjawiska.

Literatura

- DITTMAN P.: Metody prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie. AE, Wrocław 1996.
FARNUM N.R., STANTON W.: Quantitative Forecasting Methods. PSW-Kent Publishing Company, 1989.
JÓŹWIAK J., PODGÓRSKI J.: Statystyka od podstaw. PWE, Warszawa 2000.
PAWŁOWSKI Z.: Ekonometria. PWN, Warszawa 1980.
Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania. Red. M. Cieślak. PWN, Warszawa 1997.
STAŃKO S.: Prognozowanie w rolnictwie. Wydaw. SGGW, Warszawa 1999.
ZELIAŚ A.: Teoria prognozy. PWE, Warszawa 1997.

Relationship between Forecast Error and some Retrospection Analysis Assumptions

Abstract

The article presents some useful methods for forecasting economical time series with trend and seasonal component. The example concerns milk time series for the years 1993–2000. The prediction was made by the following methods: Winter's exponential smoothing, seasonal decomposition, harmonic

analysis, extrapolating a trend of the same stage. The author presented the examination of the methods for the years 1995–2000, which gave satisfactory results – a right forecast highly depends on forecasting methods and number of forecasts. There is relatively weak relationship between the flashback period and the forecast error.