

Ewa Drabik

Katedra Ekonometrii i Informatyki SGGW

Empiryczne wyznaczanie ceny transakcji dla aukcji dwustronnej na przykładzie danych z Warszawskiej Giełdy Towarowej

Aukcje i ich rodzaje

Aukcja jest jedną z najstarszych form wymiany towarów. Istnieje kilka najbardziej rozpowszechnionych metod organizowania aukcji i przetargów. Najbardziej znaną jest aukcja angielska (*English auction*), kojarzona zazwyczaj z licytacją, w ramach której uczestnicy zgłaszają oferty ustne, przy czym kolejne zgłoszenia opiewają na coraz to wyższe kwoty. Ta forma sprzedaży polega na wzajemnym przebijaniu ofert przez licytujących. Kończy się w chwili osiągnięcia takiej ceny, której żaden z uczestników nie jest w stanie podwyższyć. Wygrywa ten kupiec, którego oferta okazała się najwyższa. Jednakże ten rodzaj aukcji spełnia swoją rolę jedynie wówczas, gdy każdy uczestnik podwyższa swoje oferty co najwyżej do wysokości własnej wyceny (wartości własnej). W klasycznych przypadkach wyceną jest maksymalna cena, którą za obiekt skłonny jest zapłacić kupiec. Przekroczenie tej ostatniej grozi stratą. Zwycięzca tego rodzaju aukcji zapłaci cenę zbliżoną do ceny rynkowej.

Drugim, pod względem znaczenia, rodzajem konkursu ofert jest przetarg pisemny (*sealed-bid auction*), w ramach którego potencjalni nabywcy składają propozycje ofert na piśmie, np. w zapieczętowanych kopertach. Sprzedawca dokonuje wyboru oferty najlepszej, a kupiec płaci cenę, którą zaproponował. Jest to tzw. aukcja pierwszej ceny (*first price sealed-bid auction*). Zawartość optymalnej oferty składanej przez kupca zależy od kilku elementów. Najważniejszym z nich jest właściwa wycena dobra będącego przedmiotem przetargu. Wystawione na sprzedaż dobro kupuje ten, kto złożył najwyższą ofertę i płaci tyle, ile zaoferował. Problemem jest złożenie optymalnej oferty, a więc takiej, która nie przekroczy wyceny wystawionego do sprzedaży obiektu. Przedstawienie optymalnej oferty zależy od wielu czynników, przede wszystkim od natężenia konkurencji. Przygotowanie takiej oferty jest klasycznym przykładem podejmowania decyzji w warunkach niepewności.

Inną formą przetargu pisemnego jest aukcja drugiej ceny (*second price sealed-bid auction*), gdzie wybierana jest oferta najlepsza, ale cena, którą płaci kupiec jest drugą w kolejności. Wymyślił ją w 1961 r. William Vickrey i opisał w pracy zatytułowanej „Counterspeculation, Auctions and Competitive Sealed Tenders”, która ukazała się w *Journal of Finance*. Praca ta była jedną z pierwszych, w których analizowano i inne teoretyczne modele aukcji.

Kolejnym znanym rodzajem aukcji jest aukcja holenderska (*Dutch auction*). W tym przypadku cena wystawianego na sprzedaż towaru jest sukcesywnie obniżana, aż do momentu, gdy znajdzie się nabywca. Zgodnie z regułami aukcji holenderskiej handlują np. komisje. Nazwa „aukcja holenderska”, pochodzi stąd, że w taki sposób sprzedawane są kwiaty w Holandii. Ten rodzaj alokacji dóbr jest wykorzystywany głównie podczas sprzedaży szybko psujących się towarów.

Teoria aukcji jest jedną z bardziej znanych dziedzin współczesnej teorii ekonomii. Reguły aukcyjne są w dalszym ciągu doskonalone i w związku z tym możemy obecnie wyróżnić wiele innych rodzajów aukcji. Oprócz wymienionych najbardziej znanymi są: aukcja udziałów (*auction of shares*), aukcja dwustronna (*double auction*) oraz aukcja wieloobiektowa (*multiple-object auctions*). Aukcje wieloobiektowe stosuje się podczas sprzedaży wielu obiektów. Każdy stara się zmaksymalizować swoją funkcję użyteczności przez dobór właściwych obiektów i trafne prognozowanie ich wycen. Użyteczność ta jest funkcją zależną od indywidualnych wycen (*private valuations*) poszczególnych uczestników aukcji. W ofercie kupna, oprócz proponowanej ceny, kupiec powinien uwzględnić ilość towaru, którą jest skłonny nabyć. Oferty takie są akceptowane, bądź też nie, zgodnie z jasno określonymi procedurami. Jedną z takich przykładowych procedur polega na tym, że każdy z kupców biorących udział w aukcji wieloobiektowej ogłasza, którym z wystawionych na sprzedaż obiektów jest zainteresowany. Prowadzący aukcję sonduje zapotrzebowanie, po czym, jeśli ocenia je zadowalająco, podwyższa cenę każdego z towarów, np. o jednostkę. Ponownie sonduje popyt, np. pytając kupców, czy w dalszym ciągu są zainteresowani kupnem towarów po aktualnej cenie. Następnie ponownie ogłasza do publicznej wiadomości, które z obiektów w dalszym ciągu będą licytowane. Znowu podwyższa cenę, po czym procedura się powtarza. Czyni tak aż do momentu, gdy nie będzie nikogo, kto będzie w stanie zapłacić więcej.

„Obiekty” mogą być sprzedawane w tej samej cenie wszystkim osobom uczestniczącym w aukcji. Jest to tzw. aukcja z ceną nierozróżnialną (*nondiscriminating price*). Możliwa jest również sprzedaż obiektów po różnych cenach. Mówimy wówczas o cenie rozróżnialnej (*discriminating price*).

Pewną odmianą aukcji wieloobiektowej jest aukcja udziałów. W jej trakcie licytowany jest obiekt składający się z wielu części. Mogą to być np. akcje

określonej spółki notowanej na giełdzie papierów wartościowych. Każdy z kupujących składa ofertę, w której precyzuje liczbę udziałów oraz cenę za pojedynczy udział. W przypadku aukcji udziałów alokacja obiektów i pieniędzy jest procesem o wiele bardziej skomplikowanym niż podczas tradycyjnych aukcji. Po pierwsze, odrzucane są tzw. niedobre oferty, o których będzie mowa w dalszej części pracy. Jeszcze bardziej skomplikowana jest alokacja towarów i pieniędzy podczas aukcji dwustronnej.

Aukcje dwustronne

Aukcja dwustronna charakteryzuje się tym, że oferty są składane z dwóch stron rynku – zarówno ze strony kupujących, jak i sprzedających. W sensie teorii gier zarówno kupcy, jak i sprzedawcy są graczami. Ten sposób handlu jest charakterystyczny dla giełd towarowych oraz niektórych rynków finansowych. Na podstawie składanych ofert są ustalane dwie funkcje: popytu i podaży. Ich „przecięcie” wyznacza cenę jednostkową towaru oraz jego ilość przeznaczoną do alokacji. Przykładem może być ustalanie tzw. ceny otwarcia wielu walorów i towarów na podstawie bieżących propozycji kupna i ofert sprzedaży. W tym przypadku mamy do czynienia ze statyczną wersją aukcji dwustronnej. Reguły aukcji dwustronnej są wykorzystywane również do ustalania ceny transakcji na wielu giełdach światowych, gdy wymiana odbywa się cyklicznie, a transakcje prowadzone są w określonych momentach czasu.

Jeszcze częściej w praktyce wykorzystywana jest dynamiczna wersja aukcji dwustronnej. Jej reguły są stosowane na większości zorganizowanych rynków wymiany towarowej i papierów wartościowych wówczas, gdy oferty kupna i sprzedaży wpływają sekwencyjnie. W tym przypadku na ogół klienci są reprezentowani przez brokerów, którzy licytują się wzajemnie w ich imieniu. Transakcje są zawierane w momencie, gdy obie strony dogadają się, a cena jest ustalana w sposób nierozróżnialny.

Interesującym przykładem zastosowań aukcji dwustronnej jest rynek pracy. Oferty składają zarówno pracodawcy, jak i potencjalni pracownicy. Pracodawcy to kupcy, a kandydaci na pracowników to sprzedawcy. Z transakcją mamy oczywiście do czynienia wówczas, gdy obie strony dogadają się i kandydat na pracownika zostanie przyjęty na określonych warunkach do firmy. Ceną transakcji jest umowa oraz ewentualne bonusy wynikające z jej zawarcia, a także warunki wynikające z podjęcia określonej pracy.

Badania nad modelem aukcji dwustronnej są prowadzone od czterech dekad. Badał je m.in. laureat nagrody Nobla z 2002 r. Vernon L. Smith.

Interesowały go reakcje uczestników wymiany na wszelkiego rodzaju bodźce zewnętrzne. Wraz ze współpracownikami przeprowadzał symulacje transakcji rynkowych [Smith i in. 1982]. Kolejnym wartym odnotowania badaczem aukcji dwustronnych jest Robert Wilson. W 1987 r. podał on warunki konieczne, ale niedostateczne, na istnienie strategii w równowadze dla aukcji dwustronnej, traktowanej jako pewien rodzaj gry dynamicznej z niepełną informacją. Idea osiągnięcia równowagi zaproponowana przez Wilsona polegała m.in. na tym, że wyceny kupców i sprzedawców ustawia się w pewnym porządku, po czym „przyporządkowuje” się kupcowi z najwyższą wyceną sprzedawcę z najniższym kosztem (wyceną). Podobne przyporządkowanie jest czynione w stosunku do pozostałych handlowców: kupiec, który złożył drugą w kolejności od najwyższej ofertę jest przyporządkowany sprzedawcy o drugim w kolejności od najniższego koszcie jednostkowym itd. Wilson zauważył, że wraz ze wzrostem liczby handlowców rośnie efektywność aukcji, a ceny dążą do rzeczywistych cen rynkowych. Nie określił on jednak w jednoznaczny sposób strategii równowagi. Podał jedynie w sposób indukcyjny kilka kroków algorytmu, który mógłby być pomocny przy konstrukcji owych strategii.

Inni badacze również rozważali aukcję dwustronną jako grę z niekompletną informacją powtarzaną wielokrotnie. W 1998 r. Gjerstad i Dickhaut w pracy zatytułowanej „Price formation in double auction” („Ustalanie ceny dla aukcji dwustronnej”), po wnikliwych badaniach, doszli do wniosku, że w sytuacjach rzeczywistych cenę równowagi najlepiej ustala rynek. W tym samym roku ukazała się książka Abdolkarima Sadrieha zatytułowana „The Alternating Double Auction Market. A Game Theoretic and Experimental Investigation” („Alternatywny rynek aukcji dwustronnej. Teoretyczna gra i badania eksperymentalne”), w której autor zaprezentował interesujący model aukcji dwustronnej w sensie teorii gier. W dalszych rozważaniach posłużymy się wspomnianym modelem, dlatego też w kilku słowach zaprezentujemy jego ideę.

Przyjmijmy więc, że aukcja dwustronna jest pewną formą wymiany, w której uczestniczy zarówno wielu kupców, jak i sprzedawców. Niech $I = \{1, \dots, n\}$ oznacza zbiór graczy – uczestników aukcji. Zbiór I dzielimy na dwa rozłączne podzbiory: n_B – elementowy zbiór kupców I_B oraz n_S – elementowy zbiór sprzedawców I_S ($I = I_B \cup I_S$; $n = n_B + n_S$).

Przez $i \in I_B$ ($i = 1, \dots, n_B$) oznaczmy i -tego kupca, przez $j \in I_S$ ($j = n_B + 1, \dots, n_S$) j -tego sprzedawcę. Załóżmy, że na aukcji handluje się $q > 0$ obiektami (mogą to być również jednostki określonego towaru). Każdy z kupców jest skłonny zapłacić maksymalnie v_{ik} jednostek monetarnych za jednostkę k -tego towaru ($k = 1, \dots, q$). Innymi słowy, v_{ik} jest jego wyceną i -tego

kupca za jednostkę towaru k . Każdemu sprzedawcy przyporządkowujemy koszty jednostkowe, odpowiadające kwotom, które chcą uzyskać sprzedawcy za jednostkę poszczególnych dóbr c_{jk} ($j = n_B + 1, \dots, n_s$). W dalszym ciągu wielkości te będziemy nazywali wycenami sprzedawców. Wyceny kupców i sprzedawców są liczbami nieujemnymi.

Kupiec i -ty ($i = 1, \dots, n_B$) chcąc nabyć towar k -ty ($k = 1, \dots, q$), przedkłada ofertę b_{ik} , która powinna być niższa od jego wyceny. Sprzedawca j -ty ($j = n_B + 1, \dots, n_s$) przedkłada ofertę sprzedaży a_{jk} . Załóżmy, że kupcy i sprzedawcy doszli do porozumienia i zawarto transakcję. Wypłatę kupca wyrażamy za pomocą wzoru:

$$\pi_{ik} = v_{ik} - p \quad (i = 1, \dots, n_B; k = 1, \dots, q), \quad (1)$$

gdzie:

π_{ik} jest wypłatą i -tego gracza nabywającego/sprzedającego obiekt (udział) k -ty, p oznacza cenę transakcji,

v_{ik} jest wyceną i -tego gracza odnoszącą się do jednostki obiektu k .

Widzimy, że wypłata jest równa różnicy między wyceną i -tego kupca dotyczącą k -tego obiektu a ceną transakcji. Z kolei wypłata sprzedawcy jest równa różnicy między ceną transakcji a jego wyceną, co wyrażamy za pomocą wzoru:

$$\pi_{jk} = p - c_{jh} \quad (j = n_B + 1, \dots, n; k = 1, \dots, q) \quad (2)$$

W trakcie licytacji nie wszystkie oferty są jednak brane pod uwagę i w związku z tym należy jasno określić cechy tych, które możemy uznać za „dobre”.

Cechy „dobrej” oferty

1. Oferta nie powinna przynosić strat (*no-loss*), co oznacza, że wypłaty zarówno kupców, jak i sprzedawców nie powinny być ujemne; kupcy składają oferty mniejsze lub równe ich wycenom; sprzedawcy odwrotnie – większe lub równe.
2. Oferta nie powinna stwarzać komplikacji (*no-crossing*) – wypłaty powinny być większe od tych, które gracze mogliby uzyskać na wolnym rynku bez konieczności uczestniczenia w aukcji; oferta kupca powinna być mniejsza lub równa aktualnej rynkowej cenie sprzedaży; oferta sprzedawcy musi być większa lub równa aktualnej rynkowej cenie kupna.

3. Oferta powinna zmniejszać rozpiętość między cenami kupna i sprzedaży (*ask-bid-spread-reduction*); oferty powinny być składane poniżej ceny rynkowej.

Wykorzystując opisany model, skonstruowaliśmy algorytm stochastyczny, który, naszym zdaniem, pozwala na prognozowanie ceny transakcji dla aukcji dwustronnej [Drabik, 1999, 2000].

Algorytm prognozowania ceny transakcji dla aukcji dwustronnej i jego empiryczna analiza

Zakładamy, że aukcja ma charakter cykliczny, a czas trwania cyklu jest zmienną losową. Nie to jednak wpływa na dalsze rozważania, ponieważ proponowany algorytm będzie dotyczył ustalania ceny transakcji w pojedynczym cyklu. Zakładamy bowiem, że handlowcy przedkładają swoje oferty dotyczące obiektu k ($k=1, \dots, q$) w trakcie trwania pojedynczego cyklu. Tak więc zgodnie z dotychczas przyjmowanymi oznaczeniami zakładamy, że kupiec i -ty ($i=1, \dots, n_B$) składa ofertę $b(p_i, c_i)$, a sprzedawca j -ty ($j=n_B+1, \dots, n_S$) ofertę $a(p_j, c_j)$, gdzie p_i jest proponowaną ceną, c_i zaś ilością towaru. Widzimy więc, że oferta oprócz ceny zawiera ilość towaru, który sprzedawca zamierza sprzedać, kupiec zaś nabyć. Zakładamy ponadto, że oferty są ważne, czyli spełniają warunki określające cechy „dobrej oferty”. Do dalszych rozważań potrzebne nam będą dwa dodatkowe założenia.

Z1. Ceny p_i oraz p_j podane w ofercie spełniają następujący warunek:

$$p_i, p_j \in \left[\underline{p}, \bar{p} \right] \quad (3)$$

gdzie \underline{p} jest minimalną ceną akceptowaną w ofercie, \bar{p} zaś maksymalną.

Z2. Popyt przewyższa podaż, co formalnie zapisujemy jako:

$$\sum_{i=1}^{n_B} b_i(p_i, c_i) 1_{\{p_i \in [\underline{p}, \bar{p}]\}} \leq \sum_{j=n_B+1}^n a_j(p_j, c_j) 1_{\{p_j \in [\underline{p}, \bar{p}]\}} \quad (4)$$

gdzie $1_{\{ \}}$ jest indykatorem zdarzenia.

Stochastyczny algorytm wyznaczania ceny transakcji p^* .

1. Sprawdzamy, czy są spełnione warunki (3) i (4). Jeżeli nie są spełnione, to transakcja nie dochodzi do skutku.

2. Wybieramy maksymalną i minimalną ilość towaru, jaką zamierzają kupić/ /sprzedać gracze: $c_{\min} = \min_{l \in I} \{c_l\}$, $c_{\max} = \max_{l \in I} \{c_l\}$.
3. Wyznaczamy prostokąt $D \subset \mathfrak{R}^2$ (\mathfrak{R}^2 oznacza płaszczyznę), którego wierzchołkami są punkty $(c_{\min}, \underline{p})$, (c_{\min}, \bar{p}) , $(c_{\max}, \underline{p})$, (c_{\max}, \bar{p}) .
4. Za pomocą generatora liczb losowych generujemy losową liczbę punktów M_0 ($M_0 \leq 10\,000$) oraz liczbę iteracji k ($k \leq 100$). Punkty te powinny znajdować się wewnątrz prostokąta D , to znaczy: $d_m(c_m, p_m) \in D$ ($m=1, \dots, M_0$)
Punkty numerujemy w kolejności losowania.
- a) Na początek przyjmujemy $n := 1$. Dla każdego punktu d_m ($m=1, \dots, M_{n-1}$) określamy „obszar przyciągania”:

$$U(d_m, \varepsilon_n) = \sqrt{(\bar{p} - \underline{p})^2 + (c_{\max} - c_{\min})^2} \cdot \left[\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{i} \right)^{(1+\alpha)} \right] \quad (5)$$

gdzie $\alpha \in [0,5;1]$

Jeżeli w obszarze przyciągania znajduje się pewna liczba ofert kupna b_i i sprzedaży a_j , to znaczy:

$$\begin{aligned} \exists_{i \in I_n} \quad b_i \in U(d_m, \varepsilon_n) \quad (i=1, \dots, n_B) \\ \exists_{j \in I_s} \quad a_j \in U(d_m, \varepsilon_n) \quad (j=n_B+1, \dots, n) \end{aligned}$$

to punkty te będą brane pod uwagę przy ustalaniu prognozowanej ceny transakcji. Zliczamy te punkty i przyjmujemy, że ich liczba wynosi M_n . Pozostałe punkty odrzucamy.

- b) Przechodzimy do następnej iteracji $n := n + 1$. Punkty $d_m(c_m, p_m)$ ($m=1, \dots, M_{n-1}$) „otaczamy” zbiorem $U(d_m, \varepsilon_n)$, podobnie jak to miało miejsce w punkcie 4a.
 - c) Powtarzamy 4b do momentu, gdy $M_n = 0$, jeżeli $n < k$, lub k razy, jeżeli okaże się, że $M_n > 0$.
- Jeżeli $M_n = 1$ ($n < k$), to szukanym punktem jest ten, który pozostał: $d_{M_n}(c_{M_n}, p_{M_n})$, a ceną transakcji będzie druga współrzędna tego punktu $p^* = p_{M_n}$.

- Jeżeli $M_n > 1$ oraz wykonaliśmy k iteracji (k razy zmniejszyliśmy promień zbioru przyciągania), to spośród M_n pozostałych punktów wybieramy ten, który podczas pierwszej iteracji zawierał w obszarze przyciągania największą liczbę ofert kupna i sprzedaży. Przyjmijmy, że jest to punkt $d_{m_0}(c_{m_0}, p_{m_0})$. Ceną równowagi będzie druga współrzędna tego punktu $p^* = p_{m_0}$.

Powyższy algorytm należy do klasy algorytmów stochastycznych i jego zaletą jest to, że nie wymaga on znajomości wycen graczy, ani też ich rozkładów. Jego idea opiera się na identyfikacji punktu na płaszczyźnie, którego jedną ze współrzędnych jest właśnie cena transakcji. W pracach Drabik [1999, 2000] zostało zaznaczone, że algorytm ma charakter hipotezy potwierdzonej numerycznie na nierzeczywistych przykładach (z powodu braku danych).

Po przeprowadzeniu symulacji komputerowej wspomnianego algorytmu na danych z WGT SA otrzymano teoretyczną cenę transakcji, która została pokazana w tabeli 1. W tabeli tej przedstawiono również względny błąd obliczeń w procentach. Średnio wyniósł on ok. 2,6% (brany jako średnia arytmetyczna), przy czym w 6 na 15 przypadków był niższy niż 1%. Wyniki zaprezentowane w tabeli 1 świadczą o tym, że prezentowany algorytm stochastyczny jest dobrym narzędziem prognozowania ceny transakcji dla aukcji dwustronnej.

Tabela 1

Teoretyczna cena transakcji dla aukcji dwustronnej obliczona na podstawie danych z WGT SA

Lp.	Towar	Data	Czas licytacji	Teoretyczna cena transakcji	Rzeczywista cena transakcji	Błąd obliczeń w %
1	2	3	4	5	6	7
1	półtusze wieprzowe	2003-06-05	10:13-10:35	457	497	8,75
2	pszenica konsumpcyjna	2003-06-05	9:56-10:11	463	472	1,94
3	półtusze wieprzowe	2003-09-04	10:43-10:56	2,62	2,85	8,78
4	półtusze wieprzowe	2003-09-09	10:44-10:58	2,69	2,91	8,18
5	półtusze wieprzowe	2003-09-25	10:12-10:44	2,65	2,67	0,75
6	półtusze wieprzowe	2003-09-30	10:38-11:26	3,13	3,15	0,64

Tabela 1, cd.

1	2	3	4	5	6	7
7	póttusze wieprzowe	2004-01-06	9:59-10:05	2,87	2,94	2,44
8	póttusze wieprzowe	2004-02-17	10:01-10:14	3,65	3,7	1,37
9	póttusze wieprzowe	2004-02-17	10:27-10:54	3,63	3,65	0,55
10	póttusze wieprzowe	2004-03-02	10:58-11:08	4,14	4,15	0,24
11	masło na eksport	2004-03-04	9:58-10:15	4,63	4,67	0,86
12	masło na eksport	2004-03-11	10:25-10:54	4,94	4,95	0,20
13	masło na eksport	2004-03-11	11:47-12:08	5,15	5,22	1,36
14	póttusze wieprzowe	2004-09-21	9:47-9:58	6,63	6,72	1,36
15	póttusze wieprzowe	2004-11-30	10:06-10:21	5,54	5,6	1,08

Źródło: opracowanie własne.

Literatura

- DICKHAUT J., GJERSTAD S., 1998: Price formation in double auction. *Games and Economic Behaviour*, 22, 1–29.
- DRABIK E., 2000: Zastosowania teorii gier do inwestowania w papiery wartościowe. Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok.
- DRABIK E., 1999: Aukcje jako gry. *Przegląd Statystyczny*, Nr 4, 449–467.
- SADRIEH A., 1998: The Alternating Double Auction Market. A Game Theoretic and Experimental Investigation. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.
- SMITH V.L., 1982: Microeconomic systems as experimental science. *American Economic Review*, 72, 923–955.
- SMITH V.L., WILLIAMS A.W., BRATTON W.K., VANNONI M.O., 1982: Competitive market institutions: double auctions vs. sealed bid-offers auctions. *The American Economic Review*, Vol. 72, No 1, 58–77.
- VICKREY W., 1961: Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. *Journal of Finance*, 16, 8–37.
- WILSON R., 1992: Strategic analysis of auctions. [In:] Aumann R.J. and Hart S. (eds): *Handbook of Game Theory and Applications*. Vol. 1, 228–279, North-Holland, Amsterdam-London-New-York-Tokyo.

An Experimental Investigation of Price Formation in Double Auction based on Data from Warsaw Commodity Exchange

Abstract

Double auction markets are one of the most common exchange institution attracting attention of many traders. The double auction is used for commodity markets and in markets for financial instruments, including options and futures. The trade on Warsaw Commodity Exchange has also certain features of the double auction market. The prevalence of this institution can be caused by its efficiency and its capacity to respond quickly to changing market conditions.

The aim of the paper was to show a certain stochastic algorithm for price formation in the double auction. The algorithm was tested on data from Warsaw Commodity Exchange.